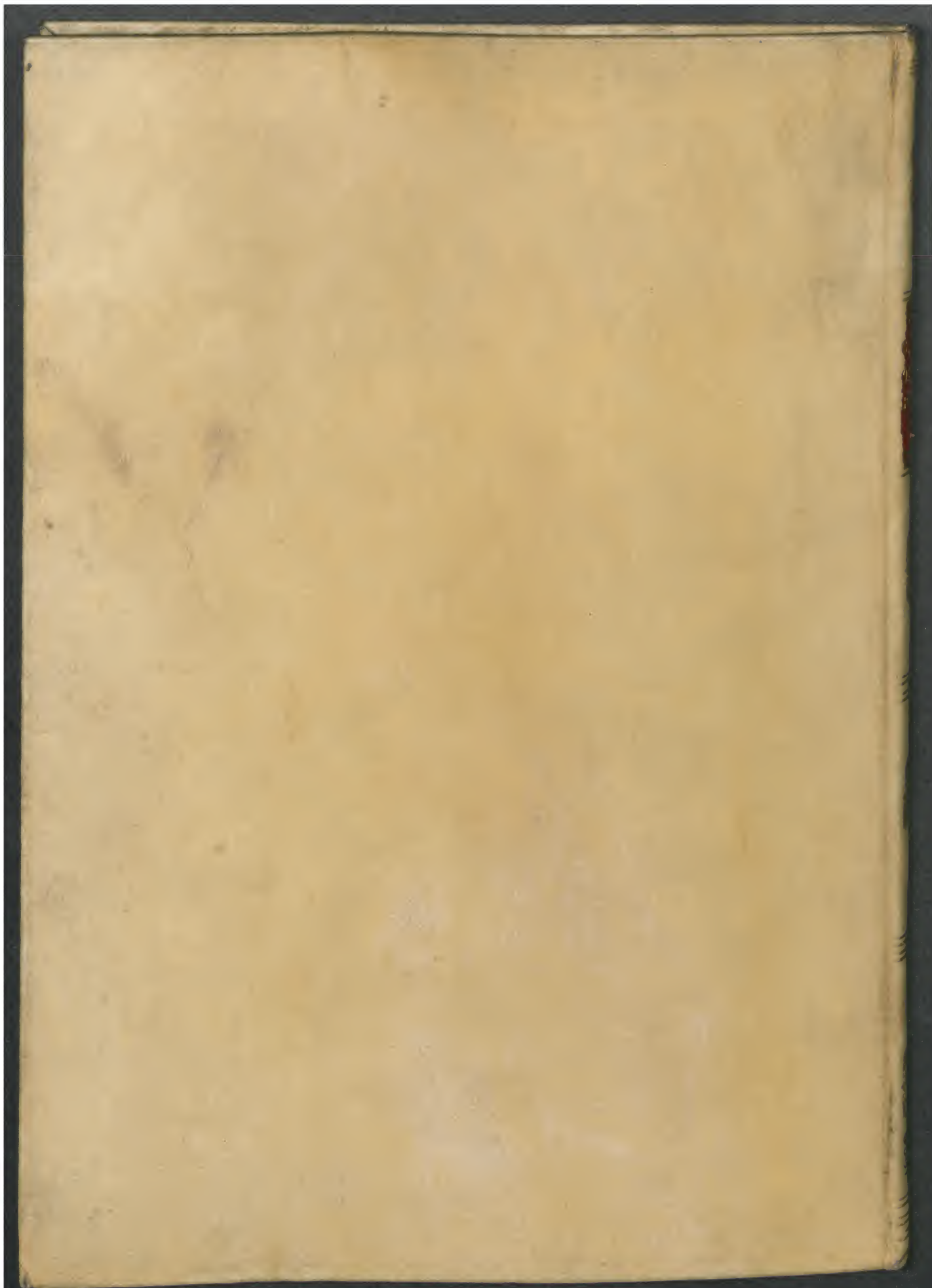




Early European Books. Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
137610





Early European Books, Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
1370/D



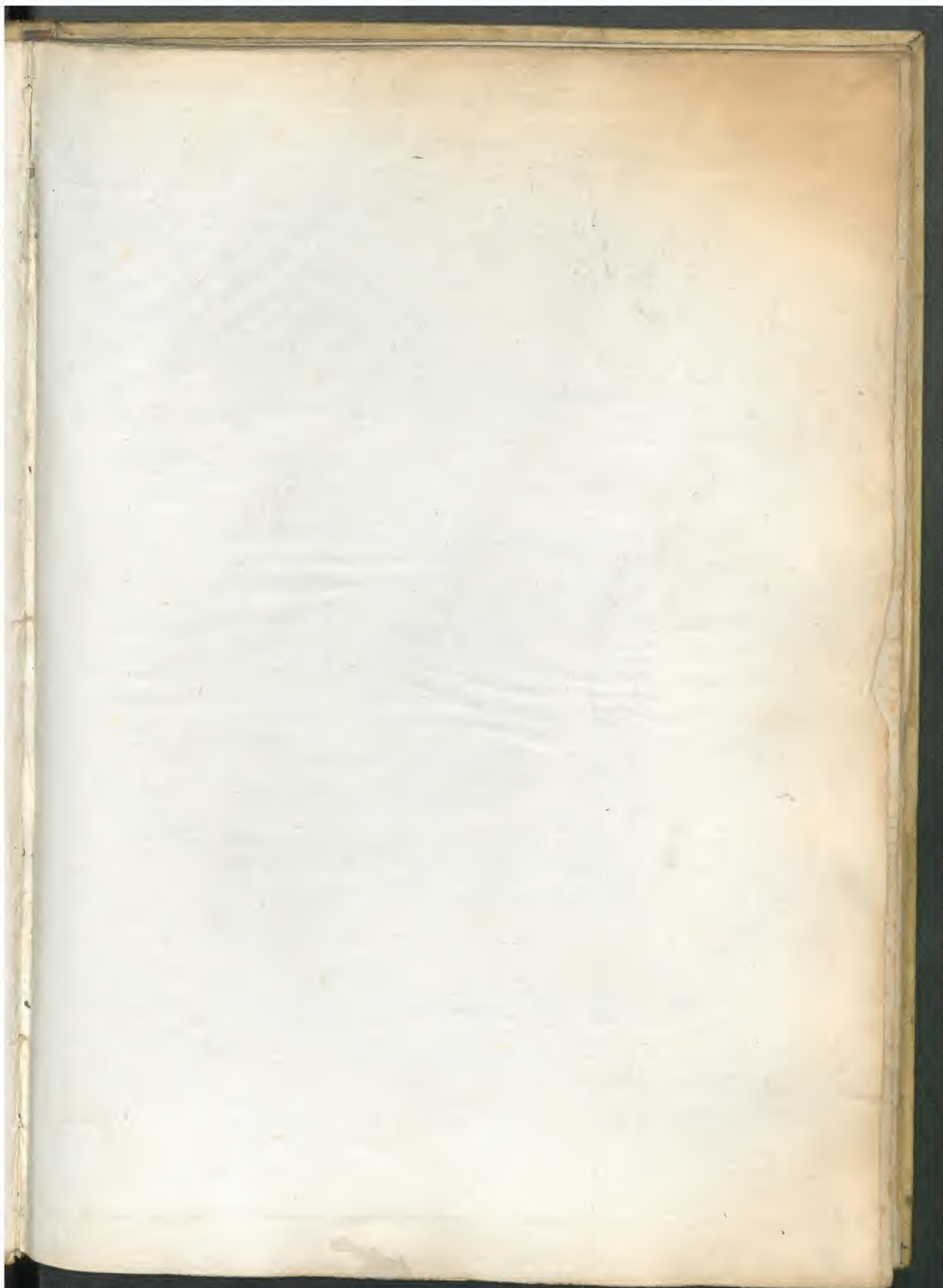
Early European Books, Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
1370/D



Early European Books. Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
1370/D

1370

N^o IV 7



72832
3
LAVDATE DEVM. OMNES GENTES.

TRATTATO GEOMETRICO

DI PIETRO ANTONIO CATALDI

Lettore delle scienze Matematiche nello Studio di Bologna.

*Doue si esamina il modo di formare il Pentagono sopra ad una linea retta,
descritto da Alberto Durer.*

*Et si mostra come si formino molte figure Equilateri, & Equiangole sopra
ad una proposta linea retta.*



IN BOLOGNA,
Per Sebastiano Bonomi. M. DC. XX.

Con Licenza de' Superiori.

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF CHICAGO

TRATTATO

GEOMETRICO

DI GIUSEPPE GIOVANNI

LIBRO PRIMO

DEI PUNTI, DELLE LINEE, E DELLE FIGURE



IN ROMA
NEL 1700

Per Gio: Maria



Al Molto Illust. & Clarifs. Sig.
NICOLO DELL'ANTELLA
I, C. ET SENATORE,

Auditore dell'Altezza Sereniss. di Toscana, Presidente dell'Ordine Militare
de' Cavalieri di S. Stefano, & Luogotenente della medesima Altezza
nell'Accademia del Disegno di Fiorenza,
& alli virtuosissimi Signori Accademici di essa.

MENTRE io Giouanetto gl'Anni 1569. & 1570. leggeuo
Euclide nella celebratissima Accademia loro del Disegno, le co-
nobbe sempre molto intente alle operationi Geometriche, & perche
intendo, che ancora al presente nella istessa Accademia si dà ope-
ra alla Geometria, hò pensato poterli essere di piacere il presente
Trattato, nel quale si esamina il modo di formare il Pentangono
sopra ad' una proposta linea retta, dato già da Alberto Durerò, & adoprato da altri
Eccellenti Scrittori, & insieme si mostra il modo Geometrico di formare molte figure
Equilateri, & Equiangole sopra ad' una proposta linea retta, il che ancora à gl' Ar-
chitetti militari potrà essere di uso. La inuiò perciò, & dedico à V. S. Clarissima,
& alli SS. Accademici, pregandole ad aggradire questo poco di segno della mia molta
riuerenza, & osservanza verso cotesta celebratissima Accademia, & con ricordar-
mi à tutti deditissimo Seruitore, humilmente mè le inchino, & le desidero da N. Sig.
Iddio continui accrescimenti di felicità. Di Bologna Venerdì alli 24. di Genaro 1620.

Di V. S. M. Ill. & Clarifs. & Virtuosiss. SS. Accademici

Deditifs. seruitore

Pietroantonio Cataldi.

OPERE STAMPATE DI PIETR'ANTONIO CATALDI.

Lettore delle Scienze Matematiche nello Studio di Bologna.

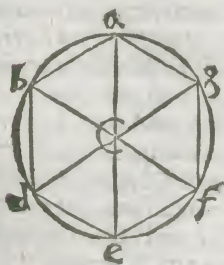
- A**ritmetica vniuersale doue si mostrano le Operationi delli numeri rationali (ò vogliamo dire efflicabili) & le Regole, & inuentioni loro, in foglio.
- Trattato del modo breuissimo di trouare la radice quadra delli numeri, & Regole facilissime di approssimarsi di continuo al vero nelle Radici delli numeri non quadrati, con le cause, & inuentioni loro. Et il modo di pigliare la radice Cuba, applicando il tutto alle Operationi militare, & altre, in foglio.
- Trattato della Quadratura del Cerchio, doue si esamina vn nououo modo di quadrarlo per numeri, & come dato vn Rettilineo si formi vn Curuilineo eguale ad esso dato, & alcune Trasformationi di curuilinei misli fra loro, in foglio.
- Algebra proportionale doue si mostrano le inuentioni delli primi Capitoli, ò Equationi d'essi, in foglio.
- Nuoua Algebra proportionale doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij quali gl' illustri Scrittori teneuano non potere essere cubi, & anco delli Trinomij con molte considerationi intorno a simili quantità, in foglio.
- Regola della Quantità, ò Cosa di cosa, in foglio.
- Algebra Discorsua numerale, & lineale, doue discorrendo con il giudicio naturale, si inuentano le regole alle Equationi Algebratiche, con il modo da esquire le operationi loro in numeri, & in linee, in foglio.
- Diffusa d' Archimede dalle Oppositioni del Signor Gioseffe Scaligero intorno alla Quadratura del Cerchio, con l'esamine di molti modi di diuersi Autori, in foglio.
- Trattato Geometrico, doue si esamina il modo di formare il Pentagono sopra ad una linea retta, descritto da Alberto Durerò, & si mostra come si formino molte figure equilateri, & equiangoli sopra ad una proposta linea retta, in foglio.
- Trasformazione Geometrica, doue si mostra come dato vn rettilineo egli stesso si riduca alla forma di qual si vogli rettilineo proposto, in foglio reale.
- Transformatio Geometrica.
- Opusculum de lineis rectis aequidistantibus, & non aequidistantibus, in quarto.
- Operetta delle linee rette equidistanti, & non equidistanti, doue si dimostra il quinto postulato del primo libro d'Euclide, & Aggiunta ad essa Operetta doue anco si dimostra offensiuamente la settima propositione del primo libro d'Euclide, chiamata fuga miserorum, & facilissimamente, in quarto.
- Trattato delli numeri perfetti, in quarto.
- Prima lettione nel principio del leggere Euclide nello Studio di Perugia alli 12. di Maggio 1572. Et due lettioni fattene nella Academia del Disegno, in quarto.
- Operetta di Ordinanze quadre di Terreno, & di gente, & altre con alcuni quesiti intorno alle Ordinanze diuerse, in quarto.
- Due lettioni fatte nella Academia erigenda del trouare la grandezza delle figure rettilinee, & Aggiunta del trouare la grandezza, & superfite delle Sfere, & parte loro. Et delle cinque zone terrestri, & parti loro, in quarto.
- Molte altre Opere composte, & che si vanno componendo si Stampariano quando vi fusse la commodità.

In DEI æterni omnipotentis nomine.

*Discorso d'una nota proprietà del Cerchio, per causa della quale il compasso si Chiama
uniuersalmente Sesto.*



AVENDO ciascuna cosa naturalmente la proprietà datali dalla eterna omnipotente Maestà Diuina, il circolo in particolare frà le molte mirabili proprietà, che in esso si trouano, hà questa, che il semidiametro entra precise per linea retta nella sua circonferenza sei volte, cioè diuisa la circonferenza poniamo del circolo a b d e f g in sei parti eguali a b, b d d e, e f, f g, g a, & à questi sei archi eguali tirate le sei corde, ancor elle perciò eguali, ciascuna d'esse sarà precise eguale al semidiametro del cerchio, il che facilmente si dimostra così; Dal centro e, a ciascuno delli sei punti delle diuisioni si tiri vna retta, che ciascuna d'esse sarà eguale al semidiametro a c, & però tutte frà loro (andando ciascuna dal medesimo centro e, alla circonferenza dell'istesso cerchio, & così il rettilineo a b d e f g, efagono, ò di sei lati eguali sarà diuiso in sei triangoli equicrurij eguali, inteso i lati loro essere i semidiatrj detti, che perciò sono eguali, & le loro sei basi le sei corde dette, quali dal supposito sono eguali fra loro, onde li 12. ang. d'essi dell'vno sarà eguale al restante angolo del centro di ciascuno de gl'altri, cioè li sei ang. d'essi intorno al centro e, sono eguali fra loro, & perche essi sei angoli contengono 4. retti (per la 13. prop. 3. angoli d'ogni triângolo sono eguali a dui retti, ne segue, che in ciascuno delli 6. triangoli, li dui angoli alla base importino quanto resta a cauare $\frac{2}{3}$. di retto (che è l'angolo al centro, ò contenuto dalli dui lati) da 2. retti, cioè da $\frac{6}{3}$, qual restante è $\frac{4}{3}$, & perche essi dui angoli alla base sono eguali fra loro (essendo ciascun d'essi triangoli equicrurj, cioè di dui lati eguali) ciascun di loro tre angoli sarà $\frac{2}{3}$. di retto, sarà dunque ciascun triangolo equiangolo, & consequentemente equilatero non che equicrurj, per ilche ciascuna base sarà eguale a ciascun lato, cioè a ciascun semidiametro, come si volqua dimostrare; E dunque chiaro, che nel cerchio inscritto vn efagono to, cioè che il semidiametro per linea retta entra precise sei volte nella circonferenza del suo cerchio, & di qui auuiene, che il Compasso con che si fanno le circonferenze d' i cerchi comunemente si chiama Sesto, cioè perche l'apertura del Compasso è la sesta parte del giro dell'efagono.



Equilatero da inferiuere nel cerchio.

Di qui hora si vede il modo di formare, ò inferiuere faciilmente l'efagono equilatero, & consequentemente equiangolo nel cerchio, che le figure equilaterie inscritte nel cerchio sono anco necessariamente equiangole, perche tutti li archi, che seruono per basi a' detti angoli (fatti nella circôferenza) sono eguali fra loro, hauêdo le corde eguali l'vna all'altra.

Seguiremo hora à mostrare come sopra ad vna linea retta data si formi l'efagono.

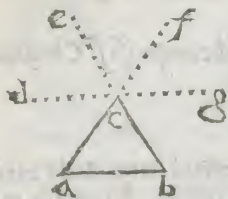
Equilatero, & Equiangolo.

Data la retta a b per formarui sopra l'efagono equilatero, & equiangolo del quale efagono la data a b sia vn lato, noi sopra ad essa a b, formaremo vn triângolo equilatero, ponendo vn piede del Compasso

vn volta nell'estremità a, & vn'altra volta nella estremità, ò punto b, & cò apertura di Compasso eguale ad essa data a b, segnare il punto c, doue girando l'altro piede del Compasso l'vna volta, & l'altra occorra, che si seghino frà loro dui pezzi di circonferenze, che si segnino dalla parte superiore ad essa a b, che tirate, ò immaginate dal punto c, così trouato, tirate due rette vna all'a, & l'altra al b, elle con la a b, formaranno vn Triângolo equilatero (essendo ciascuno delli dui lati c a, c b, eguale alla data a b) & la cima, ò sommità del triangolo sarà il punto c. Hora fatto centro questo punto c, con l'istessa apertura, ò interuallo del Compasso eguale, cioè

A alla

alla a b si formi vn cerchio, ò vogliamo dire si segni la sua circonferenza; che ella per ciò passerà per li dui punti a, & b, estrema della data, & posto vn piede del Compasso in vno d'essi dui punti, & fia l'a, si vada segnando la distāza, ò lungħ a b, sù per la circonferenza del cerchio con li punti d e f g, che essa distāza vi capirà precise sei volte, & così si formerà cō esse 6, rette l'esagono cercato.



Ouero segnato il triāgolo equilatero c a b, sopra alla data a b, ancora sopra ad vn lato d'esso, & fia il b c, si segni vn altro triāgolo equilatero c b g, & si allunghino le tre rette a c, b c, g c, per il c, altrettanto quanto è la lunghezza di ciascuna di loro (ouero finche attingano alla circonferenza del cerchio, che si fusse segnata con il centro c, & intervallo d'vno de' lati del triāgolo) & notati i termini f e d, doue si arriui si tirino le rette a d, d e, e f, f g, g b, ch'elle con la a b, formeranno l'esagono cercato.

Problema.

Sopra ad vna data retta si può descriuere vn Quadrato.

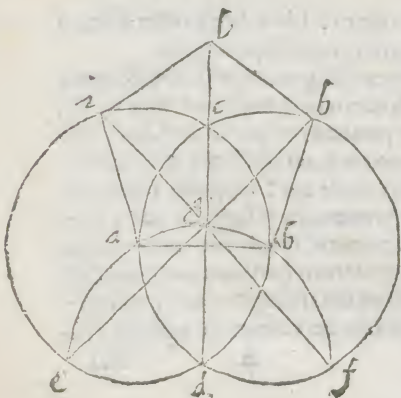
Data la retta a c, per formarui sopra vn Quadrato. Dall'estremo a, ad essa a c, s'erga la perpendicolare a r, & si facci eguale alla medema a c; poi fatti centri li estremi r, & c, secondo la lunghezza di r a, & a c come semidiametri, si seguino dui archi, che si seghino dalla parte opposta all'a, & fia in m; dal qual punto m, alli estremi c, & r, si tirino le rette m c, & m r; che così la figura a c m r, hauerà i lati eguali frā loro, & sarà quadrata, cioè hauerà gl'angoli retti, come si dimostra così. Tirata la retta r c, sottotendente al formato angolo retto a, & considerato il triāgolo r a c, che hà i lati r a, c a eguali, ancora gl'angoli a r c, & a c r, sopra alla base saranno eguali frā loro, onde essendo l'angolo a d'esso retto, & però li dui restanti angoli detti eguali ad vn altro retto (per la 31. del primo) ciascun d'essi sarà mezo angolo retto. Ancora considerato il triāgolo r m c, & paragonatolo all'r a c, perche ciascuno delli dui lati, & base dell'vno è eguale à ciascuno de' dui lati, & base dell'altro, ne segue, che ciascuno de' gl'angoli dell'vno sia eguale à ciascuno a lui corrispondente angolo dell'altro, però l'm sarà retto come è l'a, & ciascuno delli dui r c m, & c r m, sarà mezo retto, per il che tutto l'angolo a c m, sarà retto, & così tutto l'angolo a r m. Onde la figura a c m r hauerà gl'angoli retti, & i lati eguali, & sarà quadrata.

Sarà anco bene di auertire lo studioso Lettore, che ordinariamēte si suole formale il pētagono equilatero sopra ad vna data lin. retta nel modo (ingegnossis. in vero, & faciliss.) che insegna Alberto Durerò, Pittore, & Geometra famosiss. nel 2. lib. delle sue Institutioni Geometr. al nu. ò fig. 16. dicendo, *Iam pentagonum construere docebo vna circini apertura, hoc qui sequitur modo.*

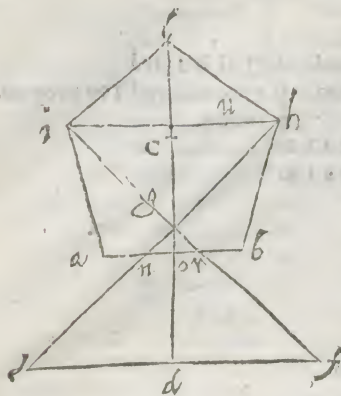
Essa linea ab vnū pētagoni latus, cuius extremitatē a facio centrū, & ad interuallū a b, describo circulū, rursus centro b, spacio vero b a, delinco aliū circulū secantē priorem, superne quidē ad c, inferne vero ad d, qua duo puncti a linea recta coniūgo. Nūc super centro d, protendo arcū per vtriusq; circuli centra, & circunserētiā, quas vbi abscindit noto per e, f, item sectioni ipsius, & linea c d, adijcio g, literā. His perfectē continuō lineā e g, versus g, vsq; in peripheriā a c f d, & vbi eā contingit illic scribo b. Cōsimiliter ēt produco lineā f g, donec cadat in circinationis lineam b c e d, & locū cōtractus signo litera i. Deinde duco lineas a i, & b h, habeoq; tria pētagoni latera, reliqua duo applico perpendiculari d c, prolungata, & terminis i, & h, quo facto erit pētagonus absolutus, velut hic designauī. Cioè, Hora insegnerò di formare il Pentagono cō vna apertura di compasso, nel modo seguente. Sia la linea a b, vn lato del Pentag. la estrema a, del quale fō cētro, & secōdo l'intervallo a b, descriuo vn cerchio, di nuouo cō il centro b, & con lo spacio b a, descriuo vn altro cerch. segāte il primo di sopra nel punto c, & di sotto nel d, quali dui punti cōgiungo insieme cō vna linea retta. Hora sopra il cētro d fō vn arco passāte per i cētri d'ambidui i cerchij, & loro circonfer. le quali oue egli le sega noto cō i pūti e f, ancora nella settione d'esso, & della lin c d, aggiūgo la lettera g, fatto questo prolūgo la lin. e g, verso il g, sino alla circonfer. a c f d, & nel luogo doue peruiene ad essa scriuo b. Simil mēte ancora allūgo la lin. f g, finche arriui alla circonfer. b c e d, & ui pono la let. i. Dipoi tiro le lin. a i, & b h, & hò 3. lati del pētag. gli restāti dui applico alla ppēd. d c, allūgata, & alli term. i, & h, il che fatto sarà formato il pētag. come q. hò disegnatō.

Esaminiamo hora questa operatione, & cōsideriamo se que

sta



flo pentag. è ancora equiang. trattandosi del modo di formare figure rettilinee equilateri, & equiangole. 3



Imaginate le rette d b, & d a, & considerate il triang. d a b, conoscere. mo, ch'egli è equilat. Ancora immaginate le rette d b b f, & d f, il triag. da loro costituito sopra la d b, sarà equilat. & similmente immaginate le rette d a, e a, & d e; il triag. da loro costituito sopra la d a sarà equilat. & così ciascun lato d'essi 3. triang. equilat. sarà eguale alla a b; E pche ciascuno delli dui lati d e, & d f, è semidiam. del cerch. e a b f, & però a ciascuno d'essi è eguale il lato dell'esagono equilat. che si inscriuesse in esso cerch. ne segue che le 3. rette f b, b a, & e a, sono tre lati d'ell'esagono equilat. che si inscriuesse in esso cerch. & però elle sottotendono, o còprendono la metà della circonfer. d'esso, onde e a g b f, è meza circonfer. però dalli estremi e f, tirando la retta e f, ella sarà suo diamet. & però passerà p il cetro d, cioè le due rette e d, & d f, sono insieme cògiunte per il diritto, & còtengono vna sola lin. che è la e f diamet. & così la portione e a g b f, essendo mezo cerch. ne segue che l'ang. e g f, fatto in essa sia retto (per la 31. del terzo d'Euclide, onde ancora

l'ang. i g h ad esso opposto sarà retto (per la 15. del 1.) Ancora li dui ang. e d g, & f d g, sono retti, & li dui n o g, & v o g; E pche nelli triag. rett. e d g, & f d g, li lati e d, & d g, & li f d, & d g, sono eguali fra loro; ancora li ang. d e g, & d g e, & anco li d f g, & d g f, saranno eguali fra loro, & però ciascuno d'essi sarà mezo retto, & così anco li dui ang. i g l, & h g l, a dui delli detti opposti, & però ad essi eguali saranno ciascuno d'essi mezo retto Hora tirata la retta i h, che sarà equidistante alla a b, & segata dalla d l, p mezo, & ad ang. retti in s, & considerate il triang. rett. h s g, del quale l'ang h g s è mezo retto, ne segue che ancora l'altro suo ang. g h s sia mezo retto, & però eguale all'h g s, & perciò la retta g s, eguale alla retta h s. Ancora considerisi tirata la retta b u, equidistante alla o s, & però eguale ad essa o s; & ppd. alla h s, che segará la parte s u, eguale alla o b, che è la metà di a b, lato del pentag. Questo inteso ponasi la a b, lato del pētag. essere p' esempio 100. però o b, sarà 50, & medesimamente s u, sarà 50, & cerchisi la s h quale potremo ponere, che sia 1. & onde la u b sarà 1. & m 50. & considerate il triang. rett. h u b, cauando il □ di u b, dal □ h b, cioè 1 z m 100 + p 2500 da 1000, che resta 7500. p 100 + m 1 z, questo sarà il □ di b u, alla quale b u è eguale la retta o s; ma essa o s è còposta da s g, eguale alla s h 1 z, & da g o, che da d g, semidiamet. che è 100. resta 100 m rad. 7500. p la o g. onde tutta la o s sarà vna co. p 100. m Bx. 7500. & il suo □ sarà 1 z p 200 co. m Bx. 30000. co. p 7500. m Bx. 300000000. & pciò quest'osara eguale al □ di b u, trouato essere 7500. p 100. + m 1 z; cioè questa quantità sarà eguale a qlla, onde accomodate m. 2500. p Bx. 1875. m 25. per il che la linea s h posta 1. co. sarà rad. L. 4218500. m 2500 L più rad. 1875. Eucl. 163 $\frac{1}{6}$. Ma del pentag. equilat. & equiang. d lato del quale sia 100. sappiamo (p q'lo, che dimostra nell'8 propos. del 13. lib.) la subtenfa a dui lati essere rad. 12500. p 50; il che nò arriua a 161 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{2}{2}$. cioè fere più lunga della vera subtenfa a dui lati del pentag. equilat. & equiang. ciascuno de g' angoli del qua le deue essere la 5. parte di 6. angoli retti, cioè deue essere quanto 1 $\frac{1}{5}$. retto, per il che essa linea i h più lū l'angolo i h, non può essere angolo di pentagono equiangolo, anzi è maggior d'esso.

E se vorremo venire in cognitione della qualità delli dui angoli i, & h, & anco delli dui a, & b; lo potremo fare mediante la inuentione delle rette sottotendenti ad essi angoli; che se vorremo trouare la subtenfa i b, considereremo, che ella si oppone all'angolo retto l o b, nel triang. rett. l o b; però il □ d'esso si compone delli dui □ di o b, & di l o; ma la linea l o è composta da s g, eguale alla s h, nota, & da g o, nota an' ella, però cercheremo la l s, che nel triang. rett. l s h fa ang. retto con la s h, onde cauando il □ di s h dal □ di l h, cioè da 10000. il restate sarà il □ di l s, & però detta l s, sarà la rad. d'esso restate che giunta alla s o, ci mostrará la quantità di l o, altezza del pentag. sopra la base a b, & così mediante questa l o, & l o b, verremo in cognitione della l b, & però della l a, a lei eguale, & consequentemente della qualità delli angoli h, & i, del pentag. E quanto alla subtenfa h a, ouero i b, fra loro eguali; Considerata la b u, perpendicolare alla h i, conoleremo, che il triang. b u i, è rettangolo, & però il □ di b i, si còpone delli □ di b u, & u i, note, onde pciò sarà nota essa i b, & da essa haueremo noticia della qualità dell'ang. a, & del b del pētag. Che si lascia la cura di trouare per num. esse linee a chi ne hauerà comodo. ò de fio, bastandoci di hauerne mostrato il modo, & essendo già chiari, che il pētag. così formato nò è equiang.

Ma

ab 100. o.b. 50. su 50.
 fia sh i. 1. però u h farà i 1 m 50.
 □ di bh 10000.
 □ di v h. 2500. m 100 1 p 1. z.

dg 100. d. o. rad. 7500. o. g. 100. m rad. 7500.
 g s. i 1. o. s. i 1. p 100. m rad. 7500.

□ di bu. 7500 p 100 1 m 1 z.
 rad. 30000. 1. p rad. 300000000
 (rad. 30000. me. 100 1) p rad. 300000000. me. 1000. eguale a 1 z.
 (rad. 7500. me. 50 1) p rad. 75000000. me. 5000. eguale a 1 z.
 rad. 7500. me. 50.

Il □ di o. s. al quale è eguale il □ di bu farà
 1 z p 100. 1 me. rad. 30000 1. p 17500. m rad 300000000.
 2. z. p 100 1. p 10000.

via rad. 7500. me. 50.

fa 10000. me. rad. 75000000.

2500. me. rad. 4687500.

con me. 5000. p rad. 75000000.

rad. 42187500. me. 2500.

rad. L. rad. 42187500. me. 2500. L. p rad. 1875. me. 25. Vale la 1. Et questa è la sh,
 rad. L. rad. 675000000. me. 10000. L. p rad. 7500. me. 50. farà i h, sottotendente alli dui lati li,
 & l b, del pentagono.

rad. 67500000.

.....

25980

5000

41900

25980 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$. & più
 ma m'anco di 25980 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$. cauatone 100. resta S'omifi più di $\frac{1}{1} \frac{0}{7} \frac{0}{2}$. cō più di $104 \frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$
 15980 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$. & più, ma manco di 253
 15980 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$. che la sua rad. farà 155883
 1299025 207844

126

1580

104 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$.

126 & più, ma manco di

253

104 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$.

126 cauatone 50. resta

253

104 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$.

76 & più, ma manco di

253

104 $\frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$.

76 La rad. di 7500. da giungerli è $86 \frac{1}{1} \frac{0}{7} \frac{0}{2}$. & più, ma non

arriua a $86 \frac{1}{1} \frac{0}{7} \frac{0}{2}$. Onde la somma farà $162 \frac{1}{1} \frac{0}{7} \frac{0}{2}$. & $104 \frac{2}{3} \frac{9}{1} \frac{6}{9} \frac{0}{0}$. & più, cioè

$163 \frac{2}{2} \frac{7}{7} \frac{6}{2} \frac{8}{8} \frac{0}{0} \frac{3}{0} \frac{5}{0}$. & più, ma non arriuarà a $162 \frac{1}{1} \frac{0}{7} \frac{0}{2}$. & $\frac{2}{2} \frac{5}{5} \frac{2}{2}$

Ma senza affatticarli in trouare la quantità numerale delle subtense dette, potremo conoscere
 la qualità de gl' altri angoli del pentagono equilatero sopradetto, considerando che se in vn cer
 chio fusse iscritto vn pentagono equilatero, & però di necessitā equiangolo li a b h; & tirata la
 subten-

s u, è 50, s h, è rad. L. rad. 42187500. m 2500. L. p rad. 7875. m 25.
però farà u h rad. L. rad. 42187500. m 2500. L. p rad. 1875. m 75.

Moltiplichisi s h,
via u b

rad. 42187500. m 2500.
m rad. 18750000. p 3750.

1875.
1875.

rad. 4687500. p 1250.
ad 3. in rad. 42187500. Et in m. rad. 18750000.

3750. m rad. 18750000.
Somminsi rad. 1875. m 25.
Et rad. 1875. m 75.

rad. 14062500.

rad. 6250000.

(via la R. L. T.
Somma rad. 7500. m 100. da moltip.
rad. 7500. m 100.

3750

m. 2500.

7500.

506

da 3750.

10000.

3725

1250

rad. L. 17500. m rad. 300000000. L.

rad. 3. via rad. 1562500

fa rad. 4687500.

rad. L. rad. 42187500. m. 2500. T.
via m rad. L. m R. 300000000. p 17500. T.

rad. 3. via 3750. via 17500
rad. 3. via m 10000. via m 2500.
cioè rad. 3. via 65625000.
& rad. 3. via 25000000.

m rad. 12656250000000000.

cioè m 1125000000

che è rad. 3. via 90625000.

90625

556

11225

2265625

m 1125000000

543750

m 4375000

815625

m 1562500000

rad. 3. via rad. 8212890625000000

fa rad. 246386718750000000 meno.

Il prodotto è meno rad. L. rad. 246386718750000000. meno 156250000. T. però il duto di u b,
in s h. farà rad. 4687500. p 1250. meno rad. L. rad. 246386718750000000. me. 156250000. T.

Ma notifi, che R. 7500. m 100. è mā
co di niēte, & è co
me se dicessimo m
100 (m R. 7500.)
onde essa quantità
ridotta a forma di
rad. L. L. farà m. ra-
ce L. 17500. m ra-
dice 300000000.
T. per il che moltip-
licandola via la
principale rad. L. L.
il prodotto farà
meno.

2165

156967104

2775

2138

21900

30267

2165 + 2775

210628

1250

2230275

3415 + 2775. in circa
meno 846 + 2775. in circa

3278600

1392590000

2568. & alquanto più

156967104

156250000

136853184

è il prodotto di s h in u h.

313934208

s h. 81 + 67. & più

meno rad. 717104 & c.

via u h. 31 + 67. & più

846

2511

771

il □ del rotto è 1. & più

11504

2568. & più, è il prodotto.

me. 846 + 11504

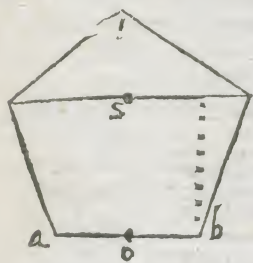
B

subtenfa i h; quando effa subtenfa fi volesse allungare egualmente dalli termini i, & h; stando ferma la lunghezza de' lati, non solo l'angolo i, si aggrandirebbe, & il punto l, si abbasserebbe, accostandosi à detta i h, & alla a b; entrando dentro al cerchio, & abbandonando la circonferenza, ma anco effa subtenfa nell'allungarsi spingerebbe li termini i, & h. fuori della circonferenza, & fuori del cerchio, abbassandosi nell'istesso tempo ancora effa subtenfa verso la b, & stringendosi il quadrilatero, ò doppio capotagliato i h b a, ò vogliamo dire sminuendosi la sua altezza; Che se le b, h, & a i, lati del vero pentagono equiangolo, hanno da seruire à base equidestante alla a b, ma più lunga della vera i b, cōuiene, che pieghino in fuori à destra l'vna, & à sinistra l'altra, & più s'abbassino, ò accostino verso il piano, ò dirittura della a b, & però con li estremi h, & i, eschino fuori del cerchio, onde ancora li angoli b, & a vègono ad aggrādirsi, & douētar maggiori d' $1\frac{1}{2}$. retto, come erano, per il che conosciamo, che questi angoli a, & b, del pentagono equilatero così formato, sono ane' essi maggiori del vero angolo del pentagono equiangolo. Quanto poi alli angoli h, & i, senza dubio ciascun d'essi è minore d' $1\frac{1}{2}$. retto, che è la quantità del vero angolo del pentagono equiangolo, poiche conosciamo, che nel partirsi il punto l, dalla circonferenza, & entrare nel cerchio, & però abbassandosi verso la a b; si viene ad accostare alli estremi a, & b, più di quello, che era, onde la distanza, ò subtenfa l a, viene anco à sminuirsi, cioè la retta l a, nel pentagono così formato è minore, che la retta l a, nell'equiangolo, & però ancora l'angolo i, nel così formato sarà minore dell'angolo i, nell'equiangolo; & il medesimo si dice dell'angolo h.



L'istesso si faria concluso, dicendo, che così li 5. angoli dell'equiangolo, come li 5. angoli del così formato sono eguali à 6. retti (per la 32. del primo d'Euclide) & però li 5. angoli dell'vno sono eguali in somma alli 5. angoli dell'altro; ma li 3. l a b, del così formato superano li 3. l a b, dell'equiangolo, però li dui restanti i, & h, del così formato, saranno conuersamente superati dalli dui restanti i, & h, dell'equiangolo, onde essēdo l'angolo i, eguale all'h, nel così formato, ciascun

d'essi sarà minore d'ang. di pentag. equiang. cioè sarà minore di $1\frac{1}{2}$. retto. Quanto poi all'angolo h, maggiore d' $1\frac{1}{2}$. rispetto alli a, & b, maggiori ancor essi d' $1\frac{1}{2}$. retto; si potria dire, che detto l, fusse maggiore di ciascuna dell a, & b; perche tirata, ò imaginata la subtenfa b i; si può considerare ella non arriuare alla lunghezza della h i; poiche la b i, esce fuori del cerchio solo dalla parte i; ma la h i, esce fuori del cerchio, & dalla parte i, & anco dalla parte b (le bene con diuerso



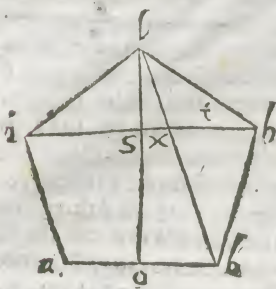
allontanamento, come si conosceria mediante la 8. del terzo d'Euclide, ma ciò esattamente si trouaria dalla diligente operatione numerale, come s'è detto. Ancora quanto alla lunghezza della i b, rispetto alla i h, potremo considerare, che il \square di b i, si compone dalli dui \square di b u, & u i, & il \square di h i, intesa diuisa in due parti in u, si compone (per la quarta del secondo d'Euclide) dalli \square di u i, & u h; & dal duto di u i, in u h, due volte; per il che quando i b fusse eguale alla h i; all'hora li \square di i u, & u b, sarebbono eguali al \square di i u, al \square di u h, & al duto di u h, in u i, due volte, onde leuato comunemente il \square di u i, restaria il solo \square di u b, eguale al \square di u h, & al duto di u h, in u i, due volte; & hora giouendo comune-

mēte il \square di u h, ne seguiria, che li dui quad. di b u, & u h, & però il quad. solo di b h, quali 10000 faria eguale a dui dotti di u h, in u i, & a dui quad. di u h (cioè, & a dui dotti di u h in u h) ma il duto di u h, in u h, & in u i, è quanto il duto di u h, in tutta la h i, però dui dotti di u h, in h i, fariano eguali al quad. di b h, cioè fariano 10000. Onde vn duto solo di u h, in h i, faria eguale a 5000; & il duto di u h, nella metà d h i; cioè in h s, faria eguale a 2500. Ma quando i h, fusse più lunga della i b, all'hora il suo quad. (& però li dui quad. di u h, & u i; con li dui rettangoli di u h, in u i) faria maggiore del quad. di i b (& però delli dui quad. di i u, & u b;) onde finalmente procedendo come di sopra, ne seguiria il duto di h u, in h s, douere essere maggiore del quarto del quad.

di

di h b, cioè più di 2500. E quando i h fusse più corta di i b, all' hora (procedendo pure, come di sopra) conosceremo, che il duto di h u, in h s, doueria essere manco di 2500. Onde moltiplicando noi h u, nota in h s nota, dal prodotto, che è maggiore di 2500. conosceremo, che anco la linea i h, è più lunga della i b.

Ma questo prodotto di h s. in h u, vicino al vero, hauereffimo anco trouato facilmente, considerando che essendo i h, più di $16\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. la sua metà s h, sarà $81\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. & più, & di questa cauato s u, che è 50. resta $31\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. & più per la u h, onde moltip. $81\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. & p via $31\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. & più, che produrrà 2568. & più, questo farà il prodotto di s h, in u h, il che supera 2500, & però più lunga è la i h, che la i b.



Dimostra Euclide nell'ottaua propositione del 13. libro de gl' Elementi, che quando la retta sottotendente à dui lati del pentagono equilatero, & equiangolo si diuide secondo la proportione hauente il mezzo, & dui estremi (cioè in due parti tali, che la parte maggiore sia media proportionale fra la linea totale, & la parte minore, ò vogliamo dire, che il quadr. della parte maggiore sia eguale al rettangolo, ò duto della linea totale nella parte minore) all' hora la parte maggiore di detta subtenfa è eguale al lato d' esso pentagono. Onde quando sapeffimo la quantità della subtenfa detta, potressimo venire in cognitione del lato, & quando sapeffimo il lato, potressimo venire in cognitione della subtenfa. Hora sia, che si dica il lato essere 100. per venire in cognitione della subtenfa, cercheremo quale è quella quantità, che diuisa secondo la proportione hauente il

mezo, & dui estremi, hà per sua maggior parte 100. Et potremo seruendoci dell' Algebra, ò Regola della Cosa, ponere, che essa quantità sia $1x$. della quale la maggior parte essendo 100. la minore resterà, ò sarà $1x$ meno 100. & questa moltiplicata via la totale quantità $1x$, produce $1x$ meno $100x$ il che è eguale a 10000. (quad. di 100. parte maggiore) onde accomodato il m, hauremo $1x$ eguale a $100x + 10000$, & però la x (che è la quantità cercata) valerà rad. $12500. \pm 50$. E così còcluderemo, che quando il lato del pentagono è 100. all' hora la subtenfa a dui lati d' esso è rad. $12500. \pm 50$. cioè alquanto più di $161\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. ma non arriua a $161\frac{1}{2}\frac{7}{8}$. E volendo trouare in esso pentagono equilatero, & equiangolo, quanto sia la sua altezza l o, quale è perpendicolare al lato a b 100. & che lo sega per mezzo (operando come si vede) conosceremo ella essere rad. L. $12500. \pm 50$. cioè quasi $153\frac{8}{9}$. ò vogliamo dire e più di $153\frac{8}{9}$, ma non arriua a $153\frac{8}{9}$ cioè e più di $153\frac{5}{6}$. ma non arriua a $153\frac{5}{6}$.

E volendo sapere nella linea, ò altezza l o, del pentagono, quanto e la parte l s, segata dalla subtenfa i h, & quanto e la s o, imaginando tirata ancora la subtenfa l b, sapremo per la 8. del 13. d' Euclide, che esse due subtenfe i h, & l b, si segano fra loro in x, secondo la proportione hauente il mezzo, & dui estremi, & che la maggior parte di ciascuna d' esse è eguale al lato pentag. & però e 100. Ancora perche la i h, è equidistante alla a b, lato, ò base del pentagono, sapremo, che còsiderato il triangolo rettangolo l o b, nel quale la s x, equidistante alla base o b, sega i lati l o, l b che essi (per la 2. del 6. del 5. libro) sono segati proportionalmente, cioè che le parti della l o, hanno fra loro, & alla l o, le proportioni, che hanno le parti della l b, fra loro, & ad essa l b, onde anco la l o, verrà ad essere segata in s, secondo la proportione hauente il mezzo, & dui estremi; Et se mediante questa cognitione vorremo trouare distintamente l' s, & s o, potremo (seruendoci della Regola del tre) dire. Se l b totale rad. $12500. \pm 50$. hà per sua maggior parte x b, 100. la l o, totale radice L. $12500. \pm 50$. che hauerà per sua maggior parte s o, Et operando troueremo detta s o, essere rad. L. $6250. \pm 25$. Et però la restante l s sarà rad. L. $6250. \pm 25$. meno rad. $6250. \pm 25$. E se le vorremo nominare per numeri rationali propinqui al vero, potremo dire, che s o, sia $95\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{6}{10}$. & alquanto più, ma non arriui a $95\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{6}{10}$. Et l s, sia $58\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$. & alquanto più, ma non arriui a $58\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$.

Ancora per trouare l s, da principio sapendo l b, essere rad. $12500. \pm 50$, & x b 100, & che però l x, sarà rad. $12500. \pm 50$. meno 50. Si potria dire. Se di l b, rad. $12500. \pm 50$. più 50, la parte minore l x, e rad. $12500. \pm 50$. di l o, rad. L. $12500. \pm 50$. la parte minore l s, quanto sarà? E trouareffimo pure essa l s, douere essere rad. L. $6250. \pm 25$. me. rad. $6250. \pm 25$. L.

Ouero mediante s h, & l h, nel triangolo rettangolo l s h, cauando il quad. di s h, dal quad. di l h, trouaremo (& sarà il restante) il quad. di l s, & però anco essa l s.

Ouer nel Capotagliato o b, h s, mediante i tre lati o b, b h, & h s, trouaremo l' altro lato o s, che considerato la bt, equidistante, & però eguale alla o s, nel triangolo rettangolo b t h, mediante h l noto 100. lato del pentagono, & t h, che è il restante di s h, nota, cauato s t, eguale alla a hauer-

ab 100 ob 50, lbrad. 12500. p. 50.
quad. di lb 15000. p. rad. 125000000.
quad. di ob 2500.

quad. di lo 12500. p. rad. 125000000

11180

400

17900

11180 $\frac{7}{2} \frac{6}{3} \frac{0}{4} \frac{0}{5}$, & più

ma non arriva a 11180 $\frac{7}{2} \frac{6}{3} \frac{0}{4} \frac{0}{5}$

12500

Cioè il quad. di lo è 23680 $\frac{7}{2} \frac{6}{3} \frac{0}{4} \frac{0}{5}$, & più

ma non arriva a 23680 $\frac{7}{2} \frac{6}{3} \frac{0}{4} \frac{0}{5}$

però lo sarà r. L. 12500. p. rad. 125000000

cioè rad. 23680 $\frac{7}{2} \frac{6}{3} \frac{0}{4} \frac{0}{5}$, & più, ma manco

(di rad. 23680 $\frac{7}{2} \frac{6}{3} \frac{0}{4} \frac{0}{5}$)

153

Cioè man. di 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, ma p. di 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

il che è alquanto manco di 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ sono $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

via 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ poniamo hora

2448 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ via 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

272 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ 177

23409 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ 200

23681 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ 177

23680 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ 153

ch'è più del douere 23680 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ 27081

produce 23680 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ 31129

che è più del douere. 40000

Poniamo hora 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ Questo è $\frac{1}{2}$ di 100. esimo

manco del sup. 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ però il quad. di questo è 153

& 153. cioè 306. setti di 100. esimo, cioè $\frac{3}{6} \frac{0}{2} \frac{0}{3}$. manco del

quad. de superiore (oltre il duto della somma delli dui

rotti $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ & $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, via $\frac{1}{6}$. 100. esimo detto) Onde

cauato $\frac{3}{6} \frac{0}{2} \frac{0}{3}$ cioè più d' $\frac{1}{2}$. da 23680 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ rest.

ma di 368 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ il che è man. di 23680 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

però 153 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$ non arriva alla vera lunghezza di lo.

Perche b x, e eguale alla b h, nel triangolo equicure b x h, conosciamo, che la perpendicolare

b t, cade in mezzo alla base b x, però h t, e eguale alla t x, Et considerati li dui triangoli rettangoli b

t x, & l' x; perche di più l'angolo t x b, e eguale al suo opposto s x l, essi triangoli sono simili, come

per ciò e anco simile il b h t, all' l' x s; onde da b h ad l x, e come da h t, ad x s, & da b t, ad l s; ma tan-

to e t x, quanto h t, & tanto e o s, quãto b t, però da t x ad x s, sarà come da o s, ad l s, & cõgiutamen-

te da t s ad x s, come da o l, ad l s, & t s, a t x, come o l ad o s, ma o l e diuisa secõdo la propor. haue-

te il mezzo, & dui estremi in s, & la sua maggior parte e o s, però ancora t s sarà diuisa in x, nella pro-

portione haueute il mezzo, & dui estremi, & la sua maggior parte sarà x t; Et perche ad s t, diuisa in

x, secõdo la proportion e haueute il mezzo, & dui estremi e giũto per il diritto la t h, eguale alla sua

maggior

lbrad. 12500 p. 50.) da 100.) che dara

lo rad. L. 12500. p. rad. 125000000

rad. 125. p. 50

rad. 5. p. 1

fi 4. cioè 2.1. via rad. 5. m. 1. via r. 5. m. 1

rad. 20. in rad. 7812500. rad. L. 3125. p. r. 7812500

rad. 390615. via r. L. 6. m. r. 207

entra volte 6 2 5

18750 m. r. 156250000.

m. 1 2 5 0 0

Però 6. volte rad. 7812500. è

quanto 3750. volte rad. 20.

6125 per il che rad. 20. via 3125. p

duce 625. volte rad. 20. manco che 6. via

rad. 7812500. però 6. via rad. 7812500. (&

è p) supera rad. 20. via 3125. (& è m.) da ca-

nare da quel più in 625. via rad. 20. che fa

rad. 390615. via rad. 20. cioè rad. 7812500.

Il p. detto sarà r. L. 6250. più r. 7812500. 7.

& questo e 50.

2795

5225

28400

2795 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, & p

manco di 2795 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

95 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

200640

20 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, & il \square . del

rotto di più, che e poco più d' $\frac{1}{2}$ del

onde non arriva a $\frac{1}{2}$ del, che e poco.

Cioe rad. 9045 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, & più, ma non ar-

riua a rad. 9045 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$.

95

95

945

cioe 95 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, & più

95 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$

200830

20 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, & il quad. del rotto.

che e poco più d' $\frac{1}{2}$ del, onde passa

20 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$, che e troppo.

Però 50. sarà più di 95 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$. ma non

arriuara a 95 $\frac{8}{1} \frac{0}{2} \frac{1}{3}$.

100% V. 2010-2011

10. 10.10.10

in tal modo la maggior parte si c

L

N

m. 31250000

46875000

00000L.da par

 $\frac{0}{0} \frac{0}{0} \frac{0}{0} \frac{0}{0} \frac{0}{0} \frac{0}{0}, \quad m : 125$

1556

rad. 7812500. volte rad. 5. & però che a moltiplicare 62500. via rad. $1\frac{1}{4}$. facci volte rad. 5. via $1\frac{1}{4}$. cioè volte rad. $6\frac{1}{4}$. che è volte $2\frac{1}{2}$. quanto rad. 7812500. Onde di questo cauandone l'altro prodotto di volte $1\frac{1}{2}$. rad. 7812500. douerà restare solo volte 1. rad. 7812500. & però da esse due moltiplicationi poste insieme, ne resulerà in rad. 7812500.

1 s. rad. L. 6250. in rad. 7812500 L.

cioè rad. L. 3454 $\frac{5}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ L. & manco 2795 $\frac{5}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ L. & manco
cioè rad. L. 3454 $\frac{5}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ L. & più

1 s. si troua essere 58 $\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$ & più, ma che nō arriua a 58 $\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{9}{10}$
so si troua essere 95 $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{5}{10}\frac{6}{10}$ & p. ma nō arriua a 95 $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{5}{10}\frac{7}{10}$

58

954

90

58 $\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$ L. & più Et si può pire, che è più di 58 $\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$ ma non arriua a 58 $\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{9}{10}$

58 $\frac{7}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$

4668

8558

605264

90 $\frac{8}{10}\frac{5}{10}\frac{3}{10}\frac{2}{10}\frac{6}{10}\frac{4}{10}$

però lo, faria 153 $\frac{8}{10}\frac{8}{10}\frac{3}{10}\frac{6}{10}$ & p. ma non arriu. a 153 $\frac{8}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}$

I quali termini sono anco più propinqui di quelli dati ad es-
sa lo, di sopra, quando da prin-
cipio la trouammo essere 153 $\frac{5}{10}\frac{3}{10}$ & più, ma non arriuare a
153 $\frac{1}{2}\frac{7}{10}$. che è quanto a di-
re ella esser' 153 $\frac{8}{10}\frac{6}{10}\frac{3}{10}\frac{1}{10}$

& più ma non arriuare a 153 $\frac{8}{10}\frac{8}{10}\frac{5}{10}$ Et anco po-
tiammo usando conueniente di-

ligenza andarci continuamente approssimando al vero incognito, nel nominare per numeri pro-
pinqui al vero queste linee irrationali.

Onde nel pentagono equilatero, & equiangolo, che sia 100. per lato.

La subtenfa a dui lati l b sarà rad. 12500. più 50.

L'altezza l o, sarà rad. L. 12500. più rad. 12500000. L.

La parte l s, superiore verso la cima del pentagono segata dall'altra subtenfa i h, sarà rad. L. 6250.
meno nad 7812500 L.

Et la parte inferiore s o sarà rad. L. 6250 più rad. 7812500. L.

La parte superiore l x, della subtenfa l b segata dall'altra subtenfa i h, sarà rad. 12500 in 50.

E la parte inferiore x b, che e sempre eguale al lato del pentagono sarà 100.

Et quando il lato del pentagono fusse solo la quinta parte di 100, cioè 20. all' hora le linee dette
ad vna, ad vna, fariano la quinta parte delle quantità dette, Cioe

lato a b 20.

subtenfa l b, rad. 500. più 10.

sua parte l x, rad. 500. in 10

altra parte x b. 20.

altezza l o & L. 500. piu rad. 100000. L.

sua parte l s, rad. L. 250. in rad. 12500. L.

altra parte s o. rad. L. 250 più rad. 12500. L.

Essendo il lato del pentagono 4. faranno

l b rad. 20. più 2.

l x rad. 20. in 2.

x b. 4.

l o rad. L. 20. p rad. 320. L.

l s rad. L. 10. in rad. 20. L.

s o rad. L. 10. più rad. 20. L.

Hor, accioche gl'amatori della scienza restino in ciò intieramente sodisfatti, mostrerò come
con modo certo, & conueniente si possa facilmente formare il pentagono equilatero, & equiang.
sopra ad vna data retta linea. Et insieme mostrerò come dalle operationi Aritmetiche, ò Alge-
bratiche possa l'accorto studente con facilità deriuare il modo dell'operare in linee, ò vogliamo
dire il modo d'effequire i problemi proposti, Geometricamente, onde si auederà, che dalla eccel-
lenza dell'operare nelli numeri, ne nascerà il modo d'operare nelle linee; Et così tanto più do-
uentarà desideroso di farsi asperso nelli numeri, che sono l'anima delle dottrine. Auerta dunque
che noi ponendo, che il lato del pentagono equilatero, & equiangolo fusse 100. trouassimo, che la
subtenfa a ciascuno de' suoi angoli, ò vogliamo dire a dui lati d'esso, quali si vogliano, faria radice e
12500. più 50. però se sapessimo trouare la linea, che conuenga a detta rad. 12500. più 50. quādo
alla a b, proposta base del pentagono conuenga il 100. Cioe se data la a b lato del pentagono sa-
premo trouare vna linea, che ad essa a b, habbi la proportionone, che ha rad. 12500. più 50. a 100
(ò vogliamo dire (riducendo essa proportionone a termini minori) che ha rad. 5. più 1. a 2.) essa li-
nea

nea da trouare fara la subtenfa a ciafeun angolo del pentagono. Onde confiderando, che nella operatione numerale, doue haueffimo 12, eguale a 100 12. piu 10000. con la occasione del cercare la subtenfa all'angolo del pentagono equiangolo, che habbi 100. per lato; fi diuife (conforme alla Regola del Capitolo di 2. eguale a 12, & numero) il 100. numero delle 12, che e fempre il numero del lato del pentagono, per mezo, & al \square d'effa mita fi giunfe il 10000. numero della equatione accompagnato alle 12, che e fempre il \square del 100. numero del lato del pentagono, & della fomma fi prefe la rad. quadra; & ad effa radice fi giunfe poi la mita del numero delle 12, che e fempre la mita del numero del lato del pentagono, & la fomma fu il valore della 12. cioe la quantita della cercata subtenfa; Conofceremo che fe al \square della mita del lato del pentagono, giongeremo il \square del lato totale, & alla rad. della fomma (cioe al lato del \square , che fuiffe eguale a detta fomma, o vogliamo dire eguale a detti dui quadrati. O vogliamo dire fe alla linea potente nel lato del pentagono, & mita d'effo lato, giongeremo la mita del lato del pentagono, il compofto refultante fara la subtenfa a ciafeun angolo del pentagono. Ma in linee il trouare vna linea, il \square della quale fia eguale alli quadrati di due linee propofte, o vogliamo dire a dui \square propofiti fi fa mediante la penultima del primo d'Euclide, accommodando le due propofte in modo, che formino angolo retto, & all'hora la linea retta a dette due fottotendenti, o oppofita a detto angolo retto (cioe che infieme con le due dette forma vn triangolo) e il lato del quadrato eguale alli quadrati d'effe due linee; Onde fe a quefta retta cofi trouata giongeremo in diretto la mita del lato del pentagono, o vogliamo dire il lato minore del triangolo rettangolo, la linea totale cofi trouata, fara il binomio compofto dalla mita del lato del pentagono, & dalla linea potente nel lato totale, & mita d'effo lato, cioe quefta fara la rad. 12500. piu 50. quando il lato del pentagono fia 100. (o vogliamo dire fara la rad. 5. piu 1. quando il lato del pentagono fia 2.) & per cio effa linea fara la subtenfa a ciafeun'angolo del pentagono, onde fopra il lato dato del pentagono formato vn triangolo, ciafeuno de' dui lati del quale fia eguale alla linea trouata, & per cio che ciafeuno de' dui lati d'effo fia la conueniente subtenfa a gli angoli del pentagono, & poi fopra a ciafeuna d'effe due subtenfe, come fopra a due bafi, formati dui triangoli tali, che ciafeuno de' fuoi dui lati, fia eguale al dato lato del pentagono, fi fara formato il pentagono equilatero, & equiangolo, che fi ricerca. E fi potra percio a quefto problema dare la Regola detta. cioe.

PROBLEMA.

Sopra ad vna data linea retta, formare vn Pentagono equilatero, & equiangolo.

REGOLA.

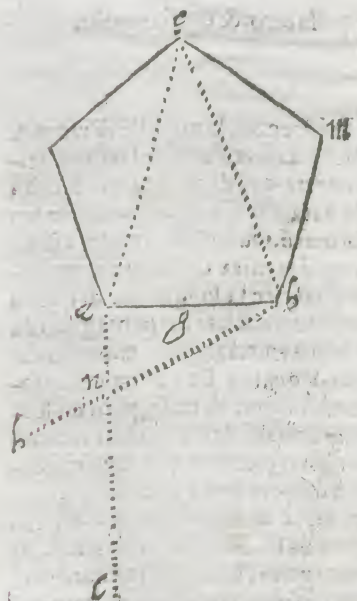
Alla data retta fi accopagni ad angolo retto in vna delle fue eftremita la mita d'effa retta, & tirata la subtr. a quefto angolo retto dall'altra eftremita della data, all'altra eftremita della mita accompagnatali, quefta subtenfa (che fara la potente in dette due data totale, & mita d'effa data) fi allunghi, per il diritto, tanto quanto e la mita della data, che il compofto fara la lunghezza della linea fottotendente a dui lati del pentagono da formarfi. Quero (che refulta l'ifteffo) tirata, o imagioata la subtenfa all'angolo retto detto, fi allunghi la mita del lato del pentagono dalla parte doue ella fa angolo con quefta subtenfa, tanto quanto e la lunghezza di quefta subtenfa, che il compofto fara la lunghezza della linea fottotendente a dui lati del pentagono da formarfi; Dipoi fopra la retta data per lato del pentagono fi formi vn triangolo, ciafeuno de' dui lati del quale fia eguale alla subtenfa a dui lati del pentagono trouata; Et vltimamente fopra a ciafeuna di quefte due subtenfe, o lati del triangolo formato, fi formi vn triangolo, ciafeuno de' dui lati del quale fia eguale al lato dato del pentagono, che cofi effi dui, & dui lati vltimamente tirati, infieme con la retta, o lato dato, formaranno il pentagono equilatero, & equiangolo fopra la retta data. La caufa e, che la linea compofta come s'e detto, viene a comporfi, & dalla mita del lato del pentagono, & dalla linea potente nella mita del lato, & lato totale, & pero e eguale alla subtenfa a dui lati, o a ciafeun'angolo del pentagono da formarfi fopra il lato detto, per quello, che fi e mofttrato di fopra; onde fopra la data lato del pentagono, hauendo formato vn triangolo, ciafeuno de' dui lati, del quale e gual a detta subtenfa, ne feque, che il punto, doue elle fi congiungino fia la vera fommita del pentagono, cioe il punto perpendicularmente lontaniffimo dal lato dato d'effo; & che li dui angoli delli dui triangoli di lati eguali alla retta data lato del pentagono formato fopra a quefte due eguali subtenfe, fiano eguali fra loro, & fiano angoli di pentagono equiangolo; & per cio il totale pentagono formato da effi 4. lati, & dal dato fara equilatero, & equiangolo.

ESEM-

punto b, secondo l'intervallo della data a b, si descrivano due cerchi sinistro, e dextro, & co'l medesimo intervallo fatto centro il punto c, si descrivano similmente due cerchi sinistro, & dextro, che si intersegheranno con li altri due fatti su i centri a b, & nel li punti t, & m, dalli quali, cioè dal t, alli punti a, & c, & dall'm, alli punti b, & c; tirate le rette t a, t c, & m c, insieme con la data a b, costituiranno il pentagono a b, m c t, equilatero, & equiangolo.

cioe quello che resta dalla n, levatone la n a, & e la a, farà eguale alla maggior parte della data a b, quando ella sia divisa con tal conditione, & però quando sia divisa secondo la proportion

A geometric diagram showing a pentagon with vertices labeled c , m , b , g , and i . The vertices are connected by solid lines. A dashed line extends from vertex i downwards.



haucate il mezzo, & lui farai. Onde se alla $b a$, giunge ciò questa cioè $a l$, allungaremo $b a$, verso a , (per comodità) talmente che lo allungamento, & chiamasi $a h$, sia eguale alla $a l$, componendo la totale $b h$, questa $b h$, farà la subtenfa a dui lati del pentagono da formarsi sopra la data $a b$, mediante la quale trodata la cima c , d'esso pentagono (che è il puto dell'angolo del triangolo isoscele cioè equierura, o vogliamo dire di dui lati, eguali ciascuno di loro à detta subtenfa $b h$, che habbi per base la detta $a b$. E poi considerate le due basi $a c$ & $b c$, sopra ciascuna d'esse si formi vn triangolo, che habbi i lati eguali alla data $a b$, essi 4. lati, cò la $a b$, formaranno sopra essa $a b$, il pentagono equilatero, & equiangolo, che si vuole.

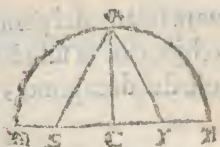
Hora se paragonaremo questo modo d'operare al modo superiore cauato dalla operatione Algebratica, in ciascuno delli quali si troua principalmente la subtenfa à dui lati del pentagono, conuerrà, che necessariamente la $b h$, dell'vno sia eguale alla $b h$, dell'altro, se bene sono trouate con modi diuersi; poiche ciascuna d'esse è subtenfa à dui lati dell'istesso pentagono; & lo conosceremo anco facilmente; considerando che nel secondo modo Geometrico ultimamente detto, essendo la $a b$, eguale alla $a l$; & la $a g$, metà della data $a b$, eguale alla $a n$; ne segue, che la totale $g h$ sia eguale alla totale $n h$; ma questa è eguale alla $n b$; però anco la $g h$, è eguale alla $n b$; Et a questa $g h$, giointa la $g b$, metà della data $a b$, se ne compone tutta la $b h$, subtenfa; onde se anco alla l , si giouesse la metà di $a b$ data, come si fa nel modo primiero (che alla $b n$, si giunge $n h$) la somma di $b n$, & $n h$ sarà eguale alla $b h$, composta dalla $b a$, data, & $a h$ (eguale alla $a l$) aggiuntali. E così, vediamo, che tanto resulta à trouare la subtenfa à dui lati $b h$, in vn modo, quanto nell'altro. Bene è vero, che quanto all'operare, pare più comodo il trouarla nel primo modo; il che tutserua all'accorto studente, per conoscere, che mirabil dottrina è quella, che s'acquista dalla scienza de' numeri, quale da se stessa facilmente troua i modi d'eseguire, & con facilità quei problemi, che à fatica esequiriano con la Geometria, anco i molti esercitati in essa.

L A V S D E O S E M P E R.

I N D E I N O M I N E.

Dato il lato del Pentagono potiamo ritrouare il semidiametro del Cerchio, nel quale esso pentagono si inferiua, & consequentemente sopra ad esso lato potiamo costituire il pentagono.

NOi sapendo il semidiametro del Cerchio, ò lato dell'Esagono, che si inferiuessse nel Cerchio trouiamo il lato del pentagono da inferiuere in esso cerchio, cò il modo mostrato da Tolomeo nel principio del suo Almag. (che è, diuiso il diametro in $m n$, per mezzo in c , & dal centro eretta al diametro la perpendicolare $c a$, & anco diuiso il semidiametro $c n$, per mezzo in r , & intesa la retta $r a$, a lei (cominciando dal puto r) fare eguale la $r s$, che la $c s$, sarà il lato del decagono, & $s a$, il lato del pentagono da inferiuere nel Cerchio, che per diametro habbi la $m n$. Hora si domanda conuersamente, dato il lato del pentagono, come si troui il lato dell'esagono, cioè il sediametro del cerchio, nel quale esso pentagono si inferiua.



Sia $a c$, lato dell'esagono, ò semidiametro 10. $c r s$, $a r$, rad. 125.75 rad. 125. $c s$ sarà rad. 125. $m s$, lato del Decagono.

fuò □. 150. m . rad. 12500.

□. di $a c$, 100.

□. di $a s$, 250. m . rad. 12500. però sarà $a s$, lato del pentagono rad. L. 250. m rad. 12500. L.

* Hor sia il lato del pentagono 1. Cioè auertasi di ponere che sia la unità, acciò subito si troui facilmente la proportion, che hà il lato dato del pentagono al semidiametro del cerchio, cioè posto il lato del pentagono vno degl'estremi, poniamo l'antecedente della proportion, sapere quale sarà lo à lui consequente semidiametro. Et attendasi bene à questa dottrina, perche è molto facile, & intelligibile nelle speculationi Geometriche.

Pono $a c$, semidiametro 1. r , però $c r$ sarà $\frac{1}{2}$. r , & $a r$, rad. L. 1. $\frac{1}{2}$. r . L. & così $r s$, però cauatone $c r$, $\frac{1}{2}$. r , resta $c s$, rad. L. 1. $\frac{1}{2}$. r . L. m . $\frac{1}{2}$. r .

Rad. L. 1. $\frac{1}{2}$. r . L. m . $\frac{1}{2}$. r .

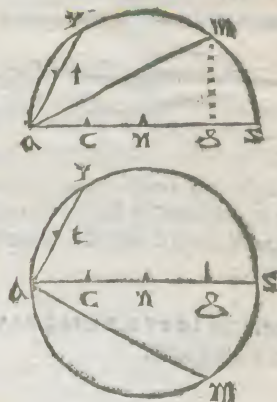
D

□. di $c s$,

□. di c f, $1. \frac{1}{2}. z. m. rad. L. 1. \frac{1}{4}. L.$

□. di a c, $1. z.$

□. di a f, $2. \frac{1}{2}. z. m. rad. L. 1. \frac{1}{4}. L.$ Ma ponendosi a f, lato del pentagono 1. il suo □. sarà 1. però haueremo essa quantità eguale a detto □. d' i. cioè haueremo $2. \frac{1}{2}. z. m. rad. L. 1. \frac{1}{4}. L.$ eguale ad 1. Cioè $2. \frac{1}{2}. z. m. 1.$ eguale a $rad. L. 1. \frac{1}{4}. L.$ Cioè $6. \frac{1}{4}. m. 5. z. p. 1.$ eguale ad $1. \frac{1}{4}. L.$ Cioè $5. 4. p. 1.$ eguale a $5. 2.$ Cioè $1. 4. p. \frac{1}{4}.$ eguale a $1. z.$ Onde il □. d' $\frac{1}{2}.$ mità d' i. numero de $z.$ è $\frac{1}{4}.$ che cauato il numero $\frac{1}{4}.$ resta $\frac{1}{2}.$ però $\frac{1}{2}. p. rad. \frac{1}{2}.$ Ouero $\frac{1}{2}. m. rad. \frac{1}{2}.$ vale il $z.$ Et la $x.$ valerà $rad. L. \frac{1}{2}. p. rad. \frac{1}{2}.$ Ouero $rad. L. \frac{1}{2}. m. rad. \frac{1}{2}.$ Ma nel nostro quesito che non può hauere se non vna risposta (poiche il lato a f, del pentagono non può conuenire se non ad vn circolo, che lo circonserua) la $x.$ & però il lato a c, dell'efagono sarà la valuta maggiore, cioè $rad. L. \frac{1}{2}. p. rad. \frac{1}{2}.$ Et così sappiamo, che sempre, che il lato del pentagono sia 1. il semidiametro del cerchio sarà $rad. L. \frac{1}{2}. p. \frac{1}{2}.$ per il che sempre, che proposto il lato del pentagono fa premo trouare vna retta alla quale egli (che si suppone essere la vnità) habbi la proportion di $1.$ a $rad. L. \frac{1}{2}. p. rad. \frac{1}{2}.$ essa linea sarà il semidiametro del cerchio. Ma $rad. \frac{1}{2}.$ è media proportionale fra $1.$ & $\frac{1}{2}.$ Et $rad. L. \frac{1}{2}. p. rad. \frac{1}{2}.$ è media proportionale fra la vnità, & vna retta, che sia $\frac{1}{2}. p. rad. \frac{1}{2}.$ però vediamo la regola da trouare il lato dell'efagono, o semidiametro del cerchio mediante il lato del pentagono da inscriuerli in esso cerchio potere essere la seguente. Regola fra il lato del pentagono, & l' $\frac{1}{2}.$ d' esso si troui la media proportionale, ouero per maggior comodità (poiche $\frac{1}{2}.$ d' esso lato faria molto piccola linea da adoprare, & però potremo pigliare solo l' $\frac{1}{4}.$ col quale si trouarà $rad. \frac{1}{4}.$ la mità poi della quale è la $rad. \frac{1}{2}.$ che ci bisogna) fra il lato del pentagono dato, & l' $\frac{1}{4}.$ d' esso si troui la media proportionale alla mità della quale si giunga in lungo la mità del lato dato, & fra il composto, & il lato dato si troui la media proportionale che essa sarà il semidiametro cercato. Ma con vn solo cerchio si può fare tutta la operatione come si vede. Ouero con vn mezzo cerchio. Si può dunque dire. Sopra al dato lato a f, come sopra a diametro si formi vn mezzo cerchio, poi preso a c, quinta parte d' a f, se gli erga la perpédicolare c r, & dall' r, all' a, si tiri, o segni la retta r a, la mità della quella, & sia a t si aggiunga verso s, alla a n, mità di a s, & sia la n g, poi dal punto g, alla a g, si tiri la perpendicolare g m, & dal punto m, tirata la m a, ella farà il semidiametro. Hora mediante questa m a, volendo sopra alla a s, formare il pentagono, noi sopra ad essa a s fatto il triangolo equicure di lati eguali alla a m, la sua cima m sarà il centro del cerchio, che formato col semidiametro a m, il lato a s vi capirà intorno alla circonferenza cinque volte precise.



a s lato dato

a c $\frac{1}{5}.$

a r $rad. \frac{1}{4}.$

a t $rad. \frac{1}{2}.$

a n $\frac{1}{2}. n g. rad. \frac{1}{2}.$

a g $\frac{1}{2}.$ più $rad. \frac{1}{2}.$

a m $rad. L. \frac{1}{2}. p. rad.$

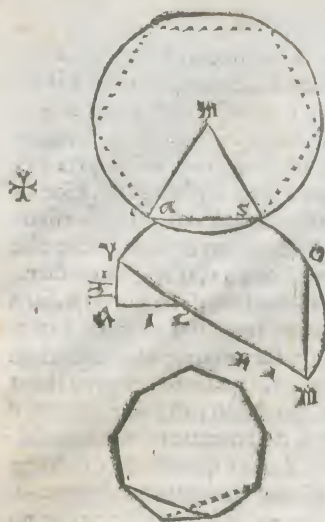
$ce \frac{1}{2} L.$

PROBLEMA.

Dato il lato del decagono, ritrouare il lato del pentagono, che si inscriuesse nell'istesso cerchio, cioè la subtenfa a dui lati del decagono, & consequentemente formare l'angolo del decagono, & continuarli formando il decagono su'l lato dato,

Hora in linee, hauendo il lato del decagono, per trouare la subtenfa a dui lati, & formare vno de duoi angoli per continuarli poi, & formare il decagono, noi formaremo la linea $rad. L. 2. \frac{1}{2}. p. rad. 1. \frac{1}{4}. L.$ mediante la vnità lato dato del decagono; che la $rad. 1. \frac{1}{4}.$ è la potente nel quadrato dell'vnità, & di meza vnità; & a questa giunto in lugo vnità $2. \frac{1}{2}.$ & fra la somma $2. \frac{1}{2}. p. rad. 1. \frac{1}{4}.$ & la vnità tolta la media proportionale ella farà la $rad. L. 2. \frac{1}{2}. p. rad. 1. \frac{1}{4}. L.$ subtenfa a dui lati del decagono.

Et sapendo noi il modo sopradetto dato da Tolomeo per trouare il lato del decagono, & il lato del pentagono da inscriuere in vn cerchio proposto; se vorremo andare inuestigando il nasimento d' essi, potremo considerare che Euclide nella 5. propositione del 13. libro, dimostra, che



Essendo il lato
del decagono Bz.
125. m. 5.

Rad. 5. m. 1.

Rad. 5. p. 1.

Partitore 4. I

Il lato del
pentagono è

rad. L. 250. m. rad. 12500. L.

rad. L. 10. m. rad. 20. L.

rad. L. 6. p. rad. 20. L.

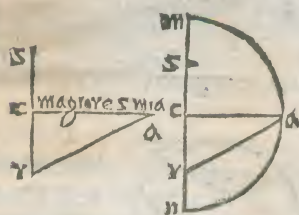
rad. L. 40. p. rad. 320. L.

rad. L. 2. $\frac{1}{2}$ p. rad. 1. $\frac{1}{4}$ L. fara il lato del pentagono, cioè la subtēsa a dui lati del decagono, quando il lato del decagono sia 1.

Si domanda volendo,
che il lato del decagono
sia 1. quanto sarà
il lato del pentagono

che se vna retta sia diuisa secondo la proportionē hauante il mezo, & dui estremi, & ad'essa sia giunto in lungo la sua maggior parte, tutto il composto sarà vna linea pure diuisa secōdo la proportionē hauente il mezo, & dui estremi, & la maggior parte d'essa sarà la pri. linea diuisa. Et il diuidere vna linea secōdo detta proportionē, è diuiderla in modo, che il quad. della maggior

parte sia eguale al dritto della minore in tutta la linea; il che ci insegna di fare Euclide nella 11. del 2. cioè data c a, per diuiderla talmente, ad essa accompagnata ad angolo retto la sua mita cr, & tirata la subtēsa r a, & a lei fatta eguale la r s, all' hora la c s, esteriore sarà eguale alla maggior parte della c a, diuisa con tal proportionē, & però la minore sarà la s a, Quando dunque Tolomeo nel semicircolo posto in margine diuide c n, per mezo in n, & tira r a, sottotendente all'angolo retto r c a, & poi segna la r s, eguale alla r a, egli viene a punto ad esquire la operatione superiore, & perciò a diuidere c a, ouero c n, a lei eguale, secondo la proportionē hauente il mezo, & dui estremi, la maggior parte della quale deue essere eguale alla c s, & perche alla parte maggiore c s, giunto la linea diuisa c n, tutta la n s, viene ad essere anc'ella diuisa secondo tal proportionē, & la sua parte maggiore viene ad essere la n c, prima linea già diuisa essend' hora la parte minore la c s, che prima era la maggiore, sapendosi poi come dimostra Euclide nella 9. del 13. che quando vna retta è diuisa secondo la proportionē detta, la parte maggiore d'essa e il lato dell'esagono, & la parte minore e il lato del decagono inscritte in vn'istesso cerchio, ve



diamo che per essere n c, semidiametro del cerchio, lato dell'esagono da inserirli e necessario che c s, sia il lato del decagono. Et perche Euclide nella 10. del 13. ci insegna che giunti insieme ad'angolo retto il lato dell'esagono, & il lato del decagono inscritti in vn'istesso cerchio la subtēsa a detto angolo retto e il lato del pentagono, che si inserisse in esso cerchio (il

che tanto e quanto a dire che il lato del pentagono e la pōtente nel quadrato del lato dell'esagono, & nel quadrato del lato del decagono, che si inserissero tutti tre in vn'istesso cerchio) conosciamo che tirata poi la subtēsa s a, all'angolo retto s c a, del quale la c a, semidiametro e lato dell'esagono, & la c s, e lato del decag. e necessario che essa s a, sia il lato del pentagono da inserirli nel medesimo cerchio.

P R O B L E M A.

Dato il lato del decagono, ritrouare il semidiametro del cerchio nel quale esso decagono si inscriua, & consequentemente sopra esso lato dato costituire il decagono.

Il lato del decagono, & il lato dell'esagono inscritti in vn'istesso cerchio, giunti insieme formano vna retta diuisa secondo la proportionē hauente il mezo, & dui estremi, che la maggior parte d'essa è il lato dell'esagono, & la minore è il lato del decagono, onde dato il lato del decagono, per trouare il lato dell'esagono, cioè il semidiametro del cerchio nel quale esso decagono si inscriua, conuien trouare la maggior parte d'vna linea retta diuisa secondo la proportionē hauente il mezo, & dui estremi, della qual retta il lato dato del decagono sia la minor parte; Cioè mediante la minor parte, conuien trouare la maggiore, Il che (come si estrahe della operatione

Alge.

Algebratica) si fa giungendo il quadrato d'essa parte minore data con il quadrato della sua mita, & alla rad. della somma giunta la mita d'essa parte minore data, la somma fara la maggiore, & però fara il semidiametro del cerchio cercato, onde essendo il lato del decagono 6. fara il semidiametro del cerchio rad. 45. p. 3. Ouero (schifando per 3.) essendo il lato del decagono 2. fara il semidiametro del cerchio rad. 5. p. 1. Et in linea, essendo a c, il lato del decagono, accompagnatoli ad angolo retto la sua mita a n, & tirata la subtensa n c, & ad essa giunto in lungo la c r, eguale alla mita di a c, tutta la n r, fara il semidiametro del cerchio, o lato dell'esagono, cioè la parte maggiore d'vna linea diuisa secondo la proportionione haente il mezo, & dui estremi, essendo la minore la a c, & però il composto di a c, & n r, & fia la n m, tutta la linea; Et ben si vede che il quadrato della parte maggiore n r, e eguale al dutto della parte minore a c, o vogliamo dire, r m, in tutta linea n m, perche considerata m n, diuisa in m r, r c, & c n, il dutto di m r, in m n, fara eguale alli tre dutti di m r, in se stessa, & in r c, & in c n; ma alli medesimi tre dutti e eguale il quadrato di n r, perche intesa n r, diuisa in n c, & c r, il quadrato d'essa n r, fara eguale al quadrato di n c, al quadrato di c r, & al dutto di c r, due volte in n c, ma due volte c r, e quanto r m, però il dutto di r, due volte in c n, s'agualia al dutto di m r, in c n, Ancora il quadrato, di c n, e quanto il quadrato di a c, & il quadrato di a n, cioè quanto il quadrato di m r, & il quadrato di c r, onde giunto comunemente vn'altro quadrato di c r, li dui quadrati di c r, (che e quanto dire il dutto di c r, in r m, doppia ad essa c r, insieme con il quadrato di a c, cioè di r m, faranno eguali al quadrato di n c, giuntoli il quadrato di c r, ma già sappiamo il dutto di c r, due volte in c n, essere eguale, al dutto di r m, in n c, però conosciamo che il quadrato di n c, con il quadrato di c r, & il dutto di c r, due volte in c n, cioè il totale quadrato della n r, parte maggiore detta, essere eguale al dutto di m n, in m n, & r c, & in c n, cioè al dutto, totale di r m, ouero a c, parte minore in n m, linea totale.

Sia a c, parte minore d'vna retta diuisa secondo la proportionione haente il mezo, & dui estremi 6. domandola maggiore.

Ponosi 1. 4. tutta la retta fara 2. 4. p. 6. che detta nella minor parte 6. fa 6. 4. p. 36 & quello e eguale ad 1. 2. quad. della maggiore. linea totale 9. p. rad. 45. 1. 2. — 6. 4. p. 36. parte minore 6.

3.	duto loro, 54 p. rad. 1620.
3.	
9	parte maggiore R. 45 p. 3.
36	R. 45 p. 3.
45.	suo quad. 54 p. rad. 1620.

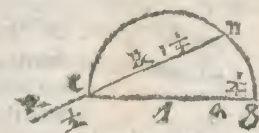
Rad. 45 p. 3. vale la 4. & e la parte maggiore, ma fara rad. 1. 3. 1/4 p. 1/4 quando la minore fusse 1. rad. 45.

Si vede la regola essere al quadr. della parte minore data, giungere il quad. della mita d'essa, & alla rad. della somma giungere la mita d'essa parte minore, che la somma fara la parte maggiore.

Di qui si esau il modo Geometrico di formare il decagono sopra ad'vna data retta. poniamo su la a c, che fara trouata la n m, semidiametro del cerchio, nel quale si inferisse co' essa sopra la a c, formato il triangolo equicrur m a c, cioè trouato il cetro m, & con il semidiametro m a, ouero m c, formato il cerchio, la a c, si segni, o porti intorno alla circonferenza che ella vi capira precise 10. volte.



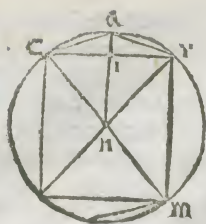
Ancora sapendo, che quando il lato del decagono sia 1. il lato dell'esagono, o semidiametro e rad. 1. 1/4 p. 1/4 noi sempre dato il lato del decagono mediante esso inteso per l'vnita, potremo trouare il lato dell'esagono inteso essere rad. 1. 1/4 p. 1/4. Se trouaremo la rad. 1. 1/4 p. 1/4 che e media proportionale fra 1. 1/4 p. 1/4 & 1. & ad essa giungeremo 1/4. cioè la mita del lato del decagono; Onde potremo dire.



Dato a c, lato del decagono, ad esso poniamo verso a, si giunga in lungo la sua quarta parte, & sia a g, poi sopra a tutta la g c, si formi vn mezo cerchio, & segnata la a n, perpendicolare in a, alla g c, dal punto n, della circonferenza si tiri la retta n c, & a quella si giunga in lungo la c r, eguale alla mita di a c, che così tutta la n r, fara il semidiametro cercato del cerchio, che circonferuerà il decagono equilatero de' lati eguali all'a c, dato.

Dato il lato dell'ottagono potiamo trouare il diametro del cerchio da circonferuerli, & consequentemente sopra esso lato dato formare l'ottagono.

Noi per effercitare lo studente circa alla inuentione di quello che si propone fa.



ne faremo le seguenti cōsiderationi Nel cerchio inscritto il quadrato sia $c i$, suo lato 4. però $c m$, diametro del cerchio circonscritto li fara rad. 32. & $c n$, semidiametro rad. 8. $c i$, semilato del quadrato fara 2. & perciò fara 2. similmente $n i$, ad esso $c i$, eguale, (che nel triangolo rettangolo $c i n$, ciascuno de gl' angoli $i n c$, & $i c n$, e mezzo retto, & perciò il triangolo e equicure,) però $i a$, fara rad. 8. m. 2. al quadrato del quale è 12. m. rad. 128. gionto 4. quadrato di $c i$, la somma 16. m. rad. 128. fara il quadrato di $c a$, però esso $c a$, lato dell'ottagono fara rad. L. 16. m. rad. 128. L. Hor ponasi che il lato dell'ottagono sia 1. & vedasi quanto fara il lato del quadrato, & il semidiametro del cerchio.

Quando il lato dell'ottagono no e rad. L. 16. m. rad. 128. L.

Il lato del quad. è 4.

Ma essendo il lato dell'ottagono no 1. Quanto fara il lato del □.

Quando il lato dell'ottagono e B. L.

16. m. rad. 128. L.

B. L. 1. m. B. 2. L.

B. L. 2. p. B. 2. L.

Rad. L. 2. L. partitore.

Radice L. m. radice $\frac{1}{2}$. L.

Radice L. 1. p. radice $\frac{1}{2}$. L.

Radice L. $\frac{1}{2}$. L. partitore. | Rad. L. 1. p. radice $\frac{1}{2}$. L.

Rad. L. 2 p. rad 2. L. fara il lato del □.

Il semidiametro è radice 8.

Ma essendo il lato dell'ottagono 1. quāto fara il semidiametro del cerchio.

Rad. L. 1. L. p. rad. 2. L.

Rad. L. 1 p. rad. $\frac{1}{2}$. L. fara il semidiametro del cerchio.

Ec ben vedremo conuerlamente ponendo il semidiametro del cerchio rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. che il lato del quadrato fara rad. L. 2. p. rad 2. L. & che il lato dell'ottagono fara 1.

Sia $c n$, semidiametro del cerchio rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. il suo quad. è 1. p. rad. $\frac{1}{2}$.

La mita e $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$. che e il quadrato di $c i$, però $c i$, ouero $n i$, fara rad. L. $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$. L. che è semilato del quadrato però il doppio di questo che è rad. L. 2. p. rad. 2. L. fara $c r$, lato del quadrato.

N 2, rad. L. 1. p. radice $\frac{2}{8}$. L.

N 1, rad. p. $\frac{1}{2}$. p. radice $\frac{1}{8}$. L.

Resta a i, rad. L. $\frac{1}{2}$. m. B. $\frac{1}{8}$. L.

Il quad. di a i, e $\frac{1}{2}$. m. rad. $\frac{1}{8}$.

Il quad. di c i, e $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$.

La somma e 1. per $c a$, lato dell'ottagono.

Noi nel canare $n i$, rad. L. $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$. L.

da $n a$, rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{8}$. L.

1. p. rad. $\frac{1}{8}$. L.

habbiamo detto; $n i$, in $n a$,

entra volte 2

dice L. 2. L.

cioè volte rad.

2. (perche $\frac{1}{2}$. in 1. entra 2. volte, & rad. $\frac{1}{8}$. in rad. $\frac{1}{2}$. entra medesimamente 2. volte) onde $n i$, in quello che resta a cauarlo da $n a$, entrerà 1. volta manco, però vi entrerà volte rad. 2. m. 1. Onde rad. L. $\frac{1}{2}$. m. rad. $\frac{1}{8}$. L. fara il restante a i, cercato il quad. del quale è $\frac{1}{2}$. m. rad. $\frac{1}{8}$.

Ma quando si cauasse $n i$, da $n a$, altrimenti, cioè dicendo che resta rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. m. rad. L. $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$. L. & questo essere a i, noi moltiplicandolo in se stesso pure trouaremmo il suo quad. essere $\frac{1}{2}$. m. rad. $\frac{1}{8}$.

A i, rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. m. rad. L. $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$. L.

Rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. m. rad. L. $\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$. L.

Rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. via

m. radice L. 2. p. rad. 2. L.

Fa m. rad. L. 3. p. rad. 3. L. cioè rad. 2. p. 1.

1. p. rad. $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$. p. rad. $\frac{1}{8}$.

1. $\frac{1}{2}$. p. rad. 1. $\frac{1}{8}$ m. (rad 2. p. 1.) Cioè $\frac{1}{2}$. m. rad. $\frac{1}{8}$. e il quad. di a i,

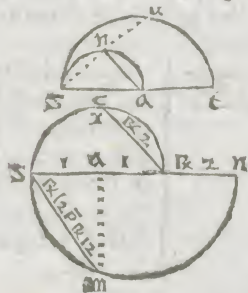
Hora sapendo che posto il lato dell'ottagono 1. fara il semidiametro del cerchio che la circonserina rad. L. 1. p. $\frac{1}{2}$. L. Ouero fara il lato del quadrato che sottotendente a dui lati dell'ottagono rad. L. 2. p. rad. 2. L. potremo, Dato il lato dell'ottagono trouare la retta rad. L. 1. p. rad. $\frac{1}{2}$. L. semidiametro, & esso mediante fatto il cerchio (trouando il centro mediante il triangolo equicure, che hauendo per base l'unita lato dell'ottagono habbi per lati il semidiametro) in esso poi continuare il lato dell'ottagono, che vi capirà a punto 8. volte. Ouero trouare la retta rad. L. 2. per rad. 2. L. subtenfa a dui lati, & essa mediante formare dui lati dell'ottagono, con il suo angolo, & poi continuarli formando intieramente l'ottagono. Onde si potrà dire.

E

Dato

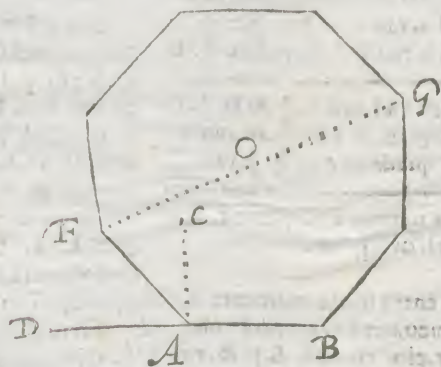
Dato il lato dell'ottagono, per trouare il semidiametro del cerchio che lo circonferiua, sopra ad esso lato, & sia fa , si facci a mezo cerchio, & dal centro al diametro fa , si tiri la perpendicolare cn , & dal punto n , doue ella sega la circonferenza, all'estremo a , si tiri la na , (che fara rad. $\frac{1}{2}$.) & si allunghila fa , sino in t , di modo che at , sia eguale alla an , poi sopra alla totale ft , si formi vn semicircolo, & dall' a , s'erga alla ft , la perpendicolare au , & dall' u , doue ella sega la circonferenza all'estremo s , si tiri la su , quale su , fara il semidiametro del cerchio (cioè rad. $L. 1. \frac{1}{2} \cdot \text{rad. } \frac{1}{2} \cdot L.$) che circonferiua l'ottagono.

Ouero.



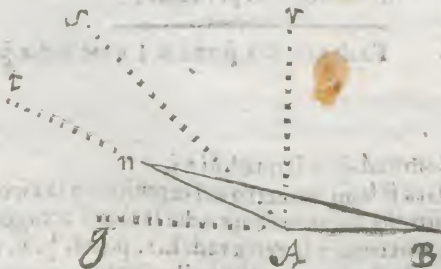
Dato il lato dell'ottagono, per trouare la subtenfa u suoi dui lati, (che e il lato del quadrato) per formare l'angolo dell'ottagono, fatto centro vn'estremo del lato dato fa , & sia l' a , secondo la lunghezza d'esso lato, si formi vn semicircolo, & dal centro a , eretta vna perpendicolare al diametro ft , sia che ella sega la circonferenza in r , dal qual punto r , al t , intesa la retta rt , secondo la lunghezza d'essa si aggiunga al diametro ft , per il diretto la tn , poi sopra tutta la fn , si facci vn mezo cerchio, & si segni il punto m , doue la circonferenza d'esso sia segata dalla retta ditta perpendicolare al diametro dal punto a , poi dal punto m , all' f , tirata la fm , ella fara la subtenfa a dui lati dell'ottagono. Onde sopra ad'essa subtenfa fatto il quadrato, & poi sopra a ciascun suo lato formato

vn triangolo equicrure di lati eguali al dato fa , si verrà ad'essere formato l'ottagono. Ouero per formare l'ottagono equilatero, & equiangolo sopra ad vna data retta AB , sapendo noi mediante la 32. propositione del primo libro d'Euclide, che ciascun suo angolo e quanto retti $1. \frac{1}{2}$. cioè e maggiore d'un'angolo retto in quanto importa la mita d'un retto, noi da vn'estremo, & sia A ,



della data AB , tiratali ò segnatali vna perpendicolare AC , & allungata la AB , da vna banda a beneplacito, & sia in D , diuideremo l'angolo retto CAD , in due parti eguali con la retta AF , facendola eguale alla AB , che ella con la AB , formarà l'angolo FAB , quale fara vn retto, & mezo, cioè fara angolo di gradi 135 . (essendo l'angolo retto di gradi 90 .) & però fara angolo d'ottagono equiangolo, & equilatero, che li FAB , farano dui sui lati, & tiratali la subtenfa FB , ella fara il lato del quadrato che si inferiuessse nel Cerchio istesso doue anco fusse descritto l'ottago. però sopra a questa FB , formato il quadrato, & sopra a ciascun de suoi lati formato vn triangolo equicrure, cioè di dui lati eguali al dato AB , alla similitudine del

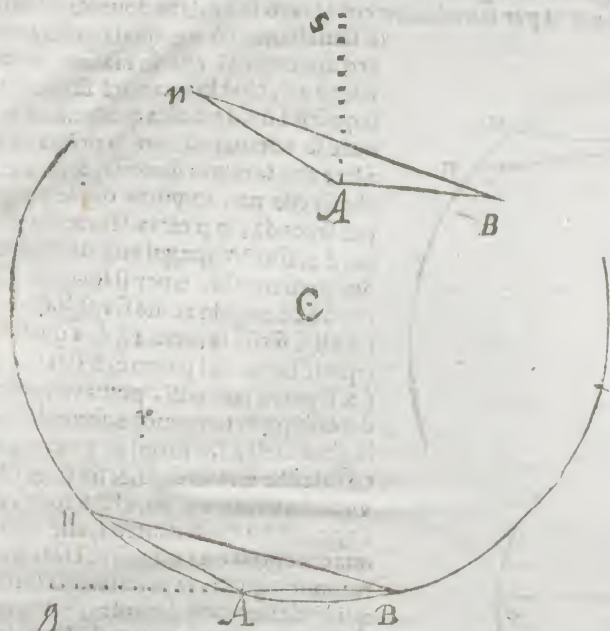
triangolo FAB , fara formato l'ottagono domandato. Ouero alla subtenfa FB , eleuata da vn termine, & sia B , la perpendicolare BG , eguale alla FB , che fara vn'altro lato del quadrato si segni, ò imagini la distanza FG , diametro del quadrato, & però del cerchio da circonferiuarli, quale FG , si diuida per mezo, & sia in o , che fara il centro del cerchio, & segnata la sua circonferenza in essa andremo continuando le rette eguali al dato lato AB , che così entrandoni egli precise 8. volte fara formato l'ottagono.



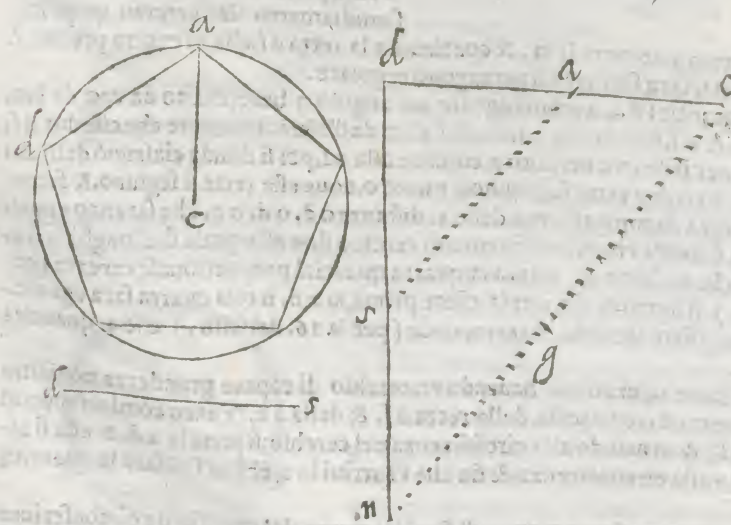
Et se con modo simile si vogli formare il fedecagono, ò figura di 16. lati equilatero, & equiang. sopra ad vna data retta AB , Considerando che l'angolo d'essa figura è quanto retti $1. \frac{3}{4}$. noi alla AB , accompagnaremo vna retta che con essa, & sia dal termine A , farmi angolo, che contenga angoli retti

$1. \frac{3}{4}$. & si potrà fare allungando la BA , & sia in g , a beneplacito, & ergerli dall' A , la perpendicolare Ar , poi diuidere l'angolo retto gar , in due parti eguali con la retta sa , & anco diuidere la inferiore sua mita, o mezo angolo retto sa , in due parti eguali con la retta tn , facendo la An , egua.

19
 A n, eguale alla A B, che l'angolo n A g, fara $\frac{1}{3}$ di retto, & pero il totale n A B, fara $1\frac{2}{3}$ di retto come conuiene, & le n A, A B, che lo cõtengono farano dui lati del fedecagono alli quali tirata la subtenfa n B, ella fara il lato dell'ortagono da infcriuere nel medefmo cerchio che fi infcriueffe il fedecagono, per ilche fegnando la circonferenza di questo cerchio, & in effa continuando la A B, ella vi entrará precife 16. volte, & cofi fara formato il fedecag. equilatero, & equiangolo fù la data A B, come fi propone.



trá dal termine A, ergere vna perpendicolare alla A B, & fopra ad effa perpendicolare prefa eguale alla A B, fegnare vn triangolo equilatero dalla parte efteriore della A B, & fia l'A f n, che cofi l'angolo S A n, che e angolo di triangolo equilatero fara $\frac{2}{3}$ di retto, & perciò intefo aggiuntoli l'angolo f A B, che e retto il totale n A B, fara vn'angolo, & dui terzi di retto,) Hora tirata la n B, subtenfa alli



volte, & cofi fi formara il duodecagono cercato.

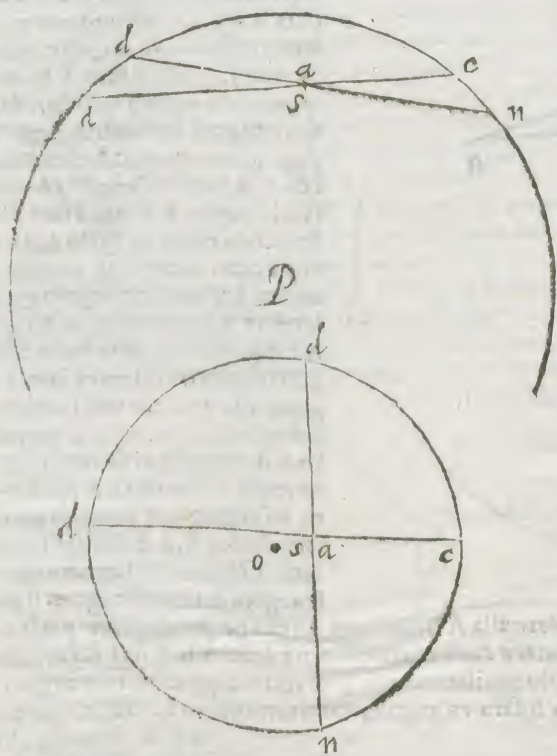
Hor notofi che potremo facilmente formare fopra vna data retta vna figura equilatera, & equian-

Et volendo formare il duodecagono, o figura di 12. lati equilatera, & equiangola fopra alla data A B. Conofciuto, che ciafcuno delli fuoi 12. angoli e quanto retti $1\frac{2}{3}$. noi al lato A B, cominciando da vno delli fuoi dui termini poniamo dall'A, accompagharemo vna retta, che con effa A B, facci vn'angolo, & dui terzi di retto, & fi potrà fare allungando effa A B, verfo A, a be neplacito, & fopra all'allungamento fegnare il triangolo equilatero r A g, poi diuidere l'angolo r A g, chde $\frac{2}{3}$ di retto in due parti eguali con la retta A n, eguale alla A B, che cofi l'angolo n A g, fara $\frac{1}{3}$ di retto, & perciò l'n A B, reftante di dui retti fara vn retto, & dui terzi, & però fara vn'angolo del duodecagono effendo li n A, A B, dui delli fuoi lati. (Onero per formare queft'angolo del duodecagono fi po

la n B, subtenfa alli dui lati n A, A B, ella fara il lato dell'efagono da infcriuere nel cerchio ifteffo doue fi infcriueffe il duodecagono, & fopra quella n B, fegnato il triangolo equilatero B n c, il punto c, fara il centro del cerchio detto effendo femidiamet. qual fi vogli delli lati del triangolo equilatero, però fegnata la fua circonferenza andaremo continuando fopra ad effa il lato A B, dato, che egli vi capirà precife 12.

& equiangola, & trouare il semidiametro del cerchio nel quale ella si inscriuessa, mediante vn'altra figura simile, & cerchio circonscrittoli già cognita, o fatta, adoprando la regola delle 4. quantità proporzionali in linee, così.

poniamo che si vogli trouare il semidiametro del cerchio nel quale si inseriu vn pentagono regolare il lato del quale sia la retta ds : Per farlo, Habbiasi vn circolo nel quale si è inscrito vna figura simile, cioè vn pentagono regolare, & sia il semidiametro ca , & il lato del pentagono inscrittoli a d , di qui mò potremo fingere vna regola di trè, dicèdo se a d , lato da a a c , ouero ha a c , p semidiametro, il d l , lato che linea hauerà per semidiametro? Quero se a d , lato douenti d l , lato



il semidiametro a c , qual semidiametro douentarà? che in ciascun modo il lato a d , cioè la quantità simile alla si quātità d l , data alla quale hà da trouare la compagna, sarà la prima, & le altre due saranno seconda, & terza, che in esse non importa quale si pigli per seconda, o p terza. Hora alla prima d a, si accompagni vna dell'altre, due poniamo la a c , per il lungo, & l'altra d s, ad angolo come si vogli, & dall'a, all' s , si tiri la retta a s , & a questa equidistante dal punto c , si tiri la cg , (& si potrà fare così, posto vn piede del compasso nel punto e , secondo la lunghezza di a s , si formi vn pezzo d'arco tale che si interfighi, & sia in g , con vn'altro pezzo d'arco, che si formi cō l'apertura a c , & centro s , che così il quadrangolo c a sg , hauerà i lati contraposti eguali, & però sarà di lati equidistanti, come si dimostra nella propositione 34. del primo d'Euclide) allungandola finche concorra con la ds , allungata, & sia in n , che la sn , (p la 12. del 6. d'Eucl.) sarà la quarta, quātità proporzionale cercata corrispondente, o compagna alla d l , nel modo che d a, e corrispondente ad a c , cioè sn , sarà il semidiametro del cerchio quale formato,

& nella sua circonferenza accomodata, & continuata la retta ds , ella vi capira precise 5. volte, & così sopra ad essa ds , sarà formato il pentagono regolare.

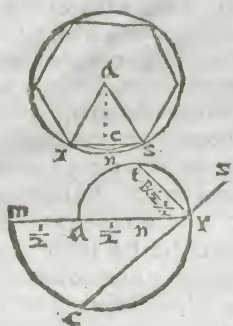
Si può anco alla prima quantità d a, accompagnare ad angolo a beneplacito da vno de suoi termini, & sia l'a, le due a d , & d s, vna da vna banda, & l'altra dall'altra, talmente che esse due d s, ac, se 220. cōgiunte insieme per il diritto nel pūto a, comune alla ad , poi si diuida ciaschuno delli dui interuali d d, & d c, per mezzo cō due rette segnando il punto o, doue esse rette si seghino, & fatto lo centro, & presa per apertura di compasso vna delle 3. distanze o d , o d , o c , che saranno eguali (per la quinta, del sesto,) si formi vna circonferenza di cerchio fino alla quale si allunghi la d a, prima quantità, & sia in n , che all'ora la a n , sarà la quarta quantità proporzionale cercata perche (per la 35. del terzo,) il duto di d a, intesa essere prima in a n , intesa quarta sarà eguale al duto di d a, in a c , intesa essere seconda, & terza, onde (per la 16. del sesto,) esse 4. quantità saranno proporzionali.

Ma ancora senza fare alcuna operatione hauendo vn cerchio di capace grandezza poniamo il P, in esso si accomodi la retta dc , composta della retta d s, & della a c , & anco cominciando al punto a, (o vogliamo dire s,) & ariuando alla circonferenza del cerchio; si ponga la a d , & essa si allunghi dalla banda di a fino alla circonferenza, & sia che vi arriui in n , che la sn , sarà la quantità cercata.

Dato il lato del duodecagono potiamo trouare il semidiametro del cerchio da circonferiuarli, che e la subtensa a dui lati d'esso 12. angono, Et consequentemente formare il 12. angono sul lato dato, o descriuendo il cerchio che lo contenirà, o mediante la subtensa a dui lati del 12. angono

agono formare il suo angolo, & andarlo continuando finche sia descritto il 12. agono.

Qui per esercitare lo studente, prima supponeremo d'hauere vn cerchio il semidiametro del quale sia 4. & in esso descritto l'esagono, & anco il duodecagono, & tirati li suoi diametri a r, & a s, ciascun d'essi fara 4. come e anco 4. la r s, lato dell'esagono, & base del Triangolo equilatero a r s, perche la sua perpendicolare a c, fara rad. 12. & la c n, residuo del semidiametro a n, fara 4. m. rad. 12. però il suo quadr. è 28. m. rad. 768. quale giunto a 4. quadrato di r c. fa 32. m. rad. 768. & questo è il quadr. di r n, però la rad. d'essa quantità, cioè rad. 14. m. rad. 8. fara la r n, lato del 12. agono, quando il semidiametro del cerchio sia 4. & schifando per 2, la r n farà rad. 6. meno rad. 2.



rad. 6 m. rad. 2. 2 1

rad. 6. p. rad. 2. 1

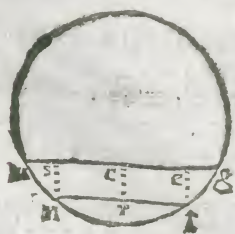
partitore 4.

2. R. 6. p. R. 2.

R. 1 1/2 p. R. 1 1/2



del diametro del cerchio. Et ancora e noto n t, lato del pentagono, & perciò a u, & n t, subtense a dui suoi lati, & perciò nel triangolo equicure a n t, e nota la perpendicolare a r, & però la parte c r. ouero la retta e t, Et perciò mediante t e, & e g, (mita del

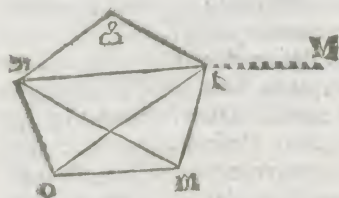


la differenza di n t, lato del pentagono ad u g, lato del triangolo) fara nota t g, lato del quidecagono. Et volendo la subtenfa a dui lati del quidecagono, per poter formare l'angolo con tenuto da i suoi dui lati, hauendo noto n t, lato del pentagono, & o m, lato del quidecagono, & però il dutto loro; a questo giungeremo il dutto di n o, in m t, lati del quidecagono noti, & colli la somma fara eguale al dutto di n m, in o t, diametri del quadrilatero n o m t, inscritto nel cerchio. ma essi dui diametri sono eguali fra loro (che ciascun d'essi sottorende a dui lati del quidecagono) però la radice d'essa somma de' dui dutti detti

F fara

farà $n\ m$, ouero $o\ t$, subtenfa a' dui lati dati del 15. agono; Et perche il ducto di $n\ o\ t$, in $m\ t$, cioè di $o\ m$, in fe stesso, & anco in $n\ t$, e quanto il ducto di $m\ t$, nella somma di $n\ t$, & $t\ m$, & questo e eguale al quadr. di $m\ n$, vediamo che $m\ n$, subtenfa a dui lati del 15. agono e media proportionale fra $t\ m$, lato, & $n\ m$, somma d'esso lato con la subtenfa a tre lati. Onde multiplicando $m\ n$, somma detta vja $M\ t$, lato, la rad. del prodotto sarà $m\ n$ subtenfa a' dui lati.

Et l'istesso vedremo auenire in tutte l'altre figure regolari, che la subtenfa a dui lati e media proportionale fra il lato della figura, &



la linea composta da esso lato, & dalla subtenfa a tre lati; Che per esempio nel pentagono; la $m\ n$, subtenfa a i dui lati $n\ o$, $o\ m$, e media proportionale fra $m\ t$, lato, & $n\ m$ somma d'esso lato con la $n\ t$, subtenfa a tre lati $n\ o$, $o\ m$, $m\ t$. Ma qui notifi che essendo $n\ t$, eguale ad $m\ n$, perche se bene $n\ t$, subtenfa a tre lati si può dire, che ella sia anco subtenfa a dui, cioè $n\ g$, $g\ t$, come auuiene ad $n\ m$, ouero $o\ t$. Conosciamo essa subtenfa a dui lati, cioè $n\ t$, esser media proportionale fra $m\ t$, lato del pentagono, & $n\ m$, somma di detta $n\ t$, con $t\ m$, cioè tal proportione essere fra tutta la $n\ m$, alla sua parte maggiore $n\ t$, quale e da essa parte maggiore $n\ t$, & alla minore $t\ m$, cioè la $n\ m$ essere diuisa secondo la proport. hauente il mezo, & dui estremi, & la parte minore essere il lato del pentagono, & la maggiore la subtenfa a dui lati. Et perche se la parte maggiore d'una linea diuisa secondo essa proportione si diuide con la medesima proportione la parte maggiore d' hora, sarà eguale alla minore d'all' hora, conosciamo che diuisa la subtenfa a dui lati secondo la proportione detta, la sua maggior parte e il lato del pentagono. Il che perciò in questo modo ancora (oltre la dimostratione data da Euclide) si può concludere.

Et se pigliaremo l'esagono, che habbi per lato poniamo 6. che la subtenfa a 3. lati sarà 12. diametro del cerchio nel qual egli fusse inscritto, & la subtenfa a dui lati (che e il lato del triangolo che si inscriuesse nel medesimo circolo, sarà rad. 108. (che e lem pre potenzialmente tripla al semidiametro del cerchio circoscritto, & però al lato dell'esagono) si vedrà questa rad. 108. essere media proportionale fra 6. lato dell'esagono, & 18. composto di 6. lato dell'esagono, & 12. di subtenfa a 3. lati, d'esso esagono, onde nella figura regolare hauendo noto il suo lato, & subtenfa a dui lati si trouerà la subtenfa a 3. lati partendo il quadrato della subtenfa a dui lati per il lato (che l'auenimento sarà la somma d'un lato, & subtenfa a 3. lati) dal qual auenimento cauando vn lato il restante sarà la subtenfa a 3. lati, Che per esempio nel pentagono regolare essendo il lato 10. la subtenfa a dui lati e rad. 125. p. 5. il quadrato della quale, cioè 150. più rad. 12500. partendolo per il lato 10. ne viene 15. rad. 125. dal quale cauandone vn lato; cioè 10. il restante 5. p. rad. 125. sarà la subtenfa a 3. lati, ma 5. p. rad. 125. e il medesimo, che rad. 125. p. 5. quale e la quantità della subtenfa a dui lati, però si conosce come e vero, che nel pentagono la subtenfa a 3. lati e vna medesima linea che e anco per subtenfa a dui lati.

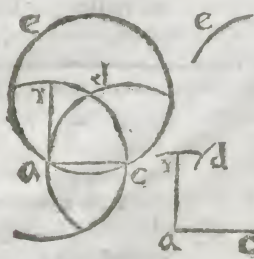
Et per trouare la subtenfa a 4. lati nel quindecagono (o altra figura) considerato il quadrilatero $a\ g\ r\ t$, perche habbiamo note $r\ a$, subtenfa a 3. lati, & $g\ t$, subtenfa a dui, sarà noto il ducto loro, che e il ducto de' diametri del quadrilatero, dal quale cauato il ducto di $r\ t$, lato in $g\ a$, opposti, il restante sarà il ducto di $g\ r$, in $a\ t$, ma $g\ r$ e lato noto, però sarà nota $a\ t$, cercata subtenfa a quattro lati.



Ma a cauare il ducto di $a\ g$, in $r\ t$, dal ducto di $g\ t$, (& però di detto $g\ a$, a lui eguale) in $r\ a$, sappiasi che il restante sarà quanta il ducto di $g\ a$, o $g\ t$, subtenfa a dui lati, nella differenza di $r\ t$, lato ad $a\ r$, subtenfa a tre lati, onde partito poi per $g\ r$, lato, ne verrà $a\ t$, subtenfa a 4. lati.

Et con modo simile nelle figure regolari potremo continuare a trouare le sub. a' lati, a 6. a 7. a 8 &c. Que-

Questo v'è mezzo della seconda facciata dopo il Problema del quadrato.



Per ergere dall'estremo a, alla a c, vna retta perpendicolare, & eguale ad essa a c, si può facilmente con apertura di Compasso sempre eguale alla essa a c, operare così. Fatto centro l'estremo a, & poi anco il c, forminsi due cerchi, & si segni il punto d, doue le loro circonferenze si segano sopra alla a c; poi fatto centro questo punto d, si descriva con la istessa apertura, o semidiametro a c, il terzo cerchio passante per i punti a, & c, & nella sua circonferenza si segni sopra al l'a il punto e, mediante la dirittura della imaginata retta c d, che così la e a, sarà perpendicolare alla a c, onde secondo la dirittura a e, segnato il punto r, all'a, tirata la r a, ella sarà perpend. & eguale alla a c.

Auertendo che di questi cerchi basta segnare, o tener conto solo di quelli pezzi d'archi, che fanno bisogno.

Venendo hora al pentagono sappiasi che ordinariamente si suole formare il pentagono. Questa Dottrina si è esemplificata anco con i numeri quali in vero sono il Grimaldello delle scienze Mathematiche, & altre, onde chi hauerà pratica in essi numeri, & nelle quantità irrazionali, & Algebratiche sarà molto atto ad ogni speculatione, & inuentione, ne sono essi molto difficili ad acquistare mentre si studino con ordine, attendendo prima ad intendere bene le operationi delli numeri rationali cò le breuità, & origine loro come si mostra nella mia Arimetica vniuersale, & poi seguire alli irrazionali; & Algebratici, accompagnandoli anco la Pratica della Geometria che insegna trouare la grandezza delle diuerse quantità, il che tutto è studio giocondissimo, & vtilissimo quando vi si è acquistata bastevole attitudine, & al quale ogni persona di che età si si vogli ancor che puerile vi può attendere, & per darne qualche esemplo, si registra qui la soluzione d'un quesito fra molti dati, & resoluti da vn punto che non arriuaua ancora a 12. anni, & haueua anco imparato solo con il mezzo de' libri di tal professione senza aiuto d'altra persona.

Quesito fatto da M. Fino Lambardi Aretino il giorno di Santa Agata che fu alli 4. di Febraio del 1563. in Monte alcino quale disse esserli stato dato da M. Girolamo Venci Aretino professore di Mathematica in Arezzo.

Egli è vn in Genoua che hà Scudi 7. delli quali ne spende tanti in vn braccio di Velutto, che multiplicati gli Scudi che gli restorno per li Scudi che spese fece Scudi 7. Dipoi hà riuenduto tale braccio di Velutto in Arezzo tanto manco di Scudi 17. che multiplicato quel numero di Scudi che lo hà riuenduto per l'auanzo che è fino a Scudi 17. fa Scudi 14. Si domanda quanto lui compro quel braccio di Velutto in Genoua, & quanto l'hà riuenduto in Arezzo, & quanto si guadagna per cento.

Per risolvere il quesito prima cercheremo quanto si compro detto braccio di Velutto in Genoua, & si pone che lo comprasse 1. cosa di Scudo, & però gli restò Scudi 7. m. 7. cosa che multiplicato per 1. cosa che lo comprò fa 7. x. m. 1. z. il che deue essere Scudi 7. però è eguale a 7. & accomodato il m. farà 7. x. eguale a 1. z. p. 7. nella quale equatione la cosa vale $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$. & però si dirà che detto braccio di Velutto fu compro Scudi $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$.

Et per farne proua cauaremo scudi $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$. che comprò il braccio di Velutto da scudi 7. che haueua, & resta scudi $3\frac{1}{2}$ m. rad. $5\frac{1}{4}$. quale multiplicato per scudi $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$. che comprò il velutto fa scudi $12\frac{1}{4}$ m. rad. $5\frac{1}{4}$. cioè scudi 7. come si propone.

Hora per sapere quanto hà riuenduto detto Velutto in Arezzo si pone che lo riuendesse 1. cosa che caua da 17. resta 17 m. 1. x. quale multiplicato per 1. x. che lo riuendette fa 17. x. m. 1. z. & questo si dice douere essere scudi 14. però 17. x. m. 1. z. sono eguali a 14. & accomodato il m. farà 17. x. eguale a 1. z. p. 14. nella quale equatione la cosa vale $8\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$. però si dirà che habbi riuenduto esso Velutto scudi $8\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$. che per farne proua multiplicaremo detti scudi $8\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$. per il restante che è fino a scudi 17. cioè per scudi $8\frac{1}{2}$ m. rad. $58\frac{1}{4}$. & si scudi $7\frac{1}{2}$ m. $58\frac{1}{4}$. cioè scudi 14. come si propone.

Per sapere quanto si guadagna per 100. si caua li scudi $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$. che li costò il Velutto da scudi $8\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$. che l'hà riuenduto, & resta scudi $5\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$ m. rad. $5\frac{1}{4}$. & questo guadagna con li scudi $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$. che comprò il velutto, per il che si dirà se scudi $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$. guadagnano scudi $5\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$ m. rad. $5\frac{1}{4}$. che guadagnerà 100. onde multiplicando 100. per $5\frac{1}{2}$ p. rad. $58\frac{1}{4}$ m. rad. $5\frac{1}{4}$. il prodotto 500 p. rad. $58\frac{1}{4}$ 500. m. rad. $5\frac{1}{4}$ 500. si partirà per $3\frac{1}{2}$ p. rad. $5\frac{1}{4}$.

p. rad. $5\frac{1}{4}$. & moltiplicando ciascuna delle due quantità per $3\frac{1}{2}$. m. rad. $5\frac{1}{4}$. residuo del partitore si ridurrà a partire 2273. p. rad. 7135625. m. rad. 1312500 m. rad. 643125. per 7. & ne viene 325. p. radice 145625. m. radice 26285. $\frac{5}{7}$. m. radice 13125. m. radice 62410. $\frac{1}{7}$. & tanto si guadagna per cento.

$$\begin{array}{r}
 3\frac{1}{2} \cdot \text{p. rad. } 5\frac{1}{4} \cdot \quad \left| \quad 5 \cdot \text{p. rad. } 58\frac{1}{4} \cdot \text{ m. rad. } 5\frac{1}{4} \cdot \quad \left| \quad 100. \quad \text{m. radice } 52550. \right. \\
 \text{via } 100. \quad \text{via m. rad. } 5\frac{1}{4} \cdot \\
 \hline
 3\frac{1}{2} \cdot \text{m. rad. } 5\frac{1}{4} \cdot \quad \text{fa } 500 \cdot \text{p. rad. } 582500 \cdot \text{m. rad. } 52500. \quad 275625. \\
 \hline
 7 \cdot \text{partitore} \quad \text{via } 3\frac{1}{2} \cdot \text{m. rad. } 5\frac{1}{4} \cdot \quad 5. \quad 2. \quad 5. \\
 \text{Simplice}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1750 \cdot \text{p. rad. } 7135625 \cdot \text{m. rad. } 643125. \quad 145625. \quad 13135. \quad \text{rad. } 250000. \\
 \text{via rad. } 5\frac{1}{4} \cdot \quad 62410. \\
 \hline
 525 \cdot \text{m. rad. } 1312500 \cdot \text{m. rad. } 3058125. \quad \text{radice } 13. \quad 1.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Fa } 2275 \cdot \text{p. radice } 7135625 \cdot \text{m. radice } 643125 \cdot \text{m. radice } 1312500 \cdot \text{m. radice } 3058125. \\
 1019375. \quad 91875. \quad 187500. \quad 436875.
 \end{array}$$

Però 325. p. radice 145625. m. radice 13125. m. radice 25785. $\frac{5}{7}$. m. radice 62410. $\frac{1}{7}$. si guadagna per 100. cioè 125. p. rad. 145625. m. rad. 77410 $\frac{5}{7}$ m. rad. 62410. $\frac{1}{7}$. Che facendone la prova con vna Regola del trè conuerfa si vedrà che si è bene operato.

$$100. \left| \begin{array}{l} 325 \cdot \text{p. radice } 145625 \cdot \text{m. radice } 77410 \cdot \frac{5}{7} \cdot \text{m. radice } 62410 \cdot \frac{1}{7} \cdot \\ 3\frac{1}{2} \cdot \quad \text{rad. } 12\frac{1}{4} \cdot \end{array} \right| \quad 3\frac{1}{2} \cdot \text{p. radice } 5\frac{1}{4} \cdot$$

$$1137\frac{1}{2} \cdot \quad 36406\frac{1}{4} \cdot \quad 19352\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{8} \cdot \quad 15602\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{8} \cdot$$

$$\text{Rad. } 1783906\frac{1}{4} \cdot \text{m. rad. } 948281\frac{1}{4} \cdot \text{m. rad. } 764531\frac{1}{4} \cdot \quad \text{Radice } 105625. \\
 \text{via radice } 5\frac{1}{4} \cdot$$

$$\text{Radice } 764531\frac{1}{4} \cdot \text{m. radice } 406406\frac{1}{4} \cdot \text{m. radice } 327656\frac{1}{4} \cdot \text{p. radice } 554531\frac{1}{4} \cdot$$

$$100. \left| \begin{array}{l} 500 \cdot \text{p. rad. } 1783906\frac{1}{4} \cdot \text{p. radice } 554531\frac{1}{4} \cdot \text{m. radice } 948281\frac{1}{4} \cdot \text{m. radice } 327656\frac{1}{4} \cdot \\ \text{m} \quad 6 \quad 3 \quad 7\frac{1}{2} \cdot \end{array} \right|$$

$$\begin{array}{r}
 5 \cdot \text{p. Bx. } 178\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \text{p. Bx. } 55\frac{1}{6} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \text{m. Bx. } 94\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \text{m. Bx. } 32\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \\
 615. \quad 725. \quad 1325. \quad 1225. \\
 1600.
 \end{array}$$

$$5 \cdot \text{p. radice } 178\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{4} \cdot \text{p. radice } 55\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \text{m. rad. } 94\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \text{m. rad. } 32\frac{4}{6} \cdot \frac{6}{4} \cdot$$

$$11417. \quad 2097. \quad 11417.$$

$$\text{Rad. } 2\frac{0}{6} \cdot \frac{0}{6} \cdot \frac{7}{4} \cdot \text{via rad. } 1\frac{7}{6} \cdot \quad 1\frac{1}{4} \cdot \quad 2\frac{1}{4} \cdot \quad \text{rad. } 5\frac{4}{6} \cdot \quad 2\frac{0}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{7}{4} \cdot$$

$$\text{fa radice } 58\frac{1}{4} \cdot$$

$$\text{p. radice } 55\frac{2}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \text{m. radice } 94\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \quad \text{Ne viene } 5 \cdot \text{p. radice } 58\frac{1}{4} \cdot \text{m. radice } 5\frac{1}{4} \cdot \\
 3549. \quad 6069. \quad \text{come bifogna.} \\
 407. \quad 867. \\
 169. \quad 289.$$

$$\text{da } 1\frac{4}{11} \cdot \text{cauato } 1. \quad 21.$$

$$\text{Resta } \frac{1}{11} \cdot \text{cioè Bx. } \frac{1}{11} \cdot \frac{6}{6} \cdot \text{via rad. } \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{9}{4} \cdot \\
 13. \quad 4.$$

$$\text{Fa rad. } 5\frac{1}{4} \cdot$$

Hora notifi che di sopra nell'equatione d'1. z. più 7. è eguale à 7. x. che ha due valute della x. che sono $3\frac{1}{2}$. p. rad. $5\frac{1}{4}$. Et $3\frac{1}{2}$. m. rad. $5\frac{1}{4}$. Et anco nell'altra equatione di vn z. p. 14. eguale a 17. x. doue la x. ha pure due valute che sono $8\frac{1}{2}$. p. rad. $58\frac{1}{4}$. & $8\frac{1}{2}$. m. rad. $58\frac{1}{4}$. perciò si potrà dire che il Velutto fusse compro scudi $3\frac{1}{2}$. p. rad. $5\frac{1}{4}$. Et anco si potrà dire che fussero scudi $3\frac{1}{2}$. p.

$3\frac{1}{2}$ m rad $5\frac{1}{4}$. Et similmente si potria dire che si fusse riuenduto Scudi $8\frac{1}{2}$. p rad. $58\frac{1}{4}$. Et anco si potria dire che fussero scudi $8\frac{1}{2}$. meno rad. $58\frac{1}{4}$. Nondimeno ponendosi che fusse compro scudi $3\frac{1}{2}$ p rad. $5\frac{1}{4}$ non si può dire che sia riuenduto scudi $8\frac{1}{2}$ m rad. $58\frac{1}{4}$. perche questo che nò arriva a scudi $\frac{7}{8}$. è manco delli scudi $3\frac{1}{2}$. p rad. $5\frac{1}{4}$. che si fusse compro onde non vi si guadagneria come si suppone. Anzi essi scudi $8\frac{1}{2}$. m rad. $58\frac{1}{4}$. sono anco manco di scudi $3\frac{1}{2}$. m rad. $5\frac{1}{4}$. (che è più di scudi $1\frac{1}{6}$.) però quando anco fusse compro solo scudi $3\frac{1}{2}$. m rad. $5\frac{1}{4}$. non si può essere venduto così poco cioè scudi $8\frac{1}{2}$ m rad. $58\frac{1}{4}$. perche vi si faria perso che è contro quello che si suppone dicendosi che ha guadagnato. Conuien dunque di necessità che si sia riuenduto scudi $8\frac{1}{2}$. p rad. $58\frac{1}{4}$. Si può bene hauerlo compro scudi $3\frac{1}{2}$ p rad. $5\frac{1}{4}$. & così con quasi $\frac{5}{6}$. si guadagneria più di $10\frac{1}{4}$. Et anco può hauerlo compro scudi $3\frac{1}{2}$. m rad. $5\frac{1}{4}$. & così con poco più di $1\frac{1}{6}$. guadagneria quasi 15. il che nò essendo verisimile si potrà perciò dire che lo comprasse scudi $3\frac{1}{2}$ p rad. $5\frac{1}{4}$. Et poi lo riuendesse scudi $8\frac{1}{2}$ p rad. $58\frac{1}{4}$. & così venne a guadagnare più di 175. per cento.

Ancora per esercitare i Studiosi nelle operationi delle quantità irrationali, o inesplicabili, & Algebratiche, nelle quali consiste la eccellenza delle Matematiche, & perche conosca che la mirabile Dottrina Algebrica con mediocre cognitione della Theorica Geometrica può da se facilmente ritrouare molte cose, le quali la Geometria troua con particolar fatica di ingegnosa speculatione; fermaremo la seguente Propositione, o Problema, & lo risolveremo mediante la operatione Algebrica.

Dato il lato del Pentagono regolare si può trouare la sua grandezza, & il diametro del Cerchio da inscriuerli, & del Cerchio da circonseruiuerli.

D'un Pentagono sia il lato a b 2. Ponasi la subtenfa b c, a dui lati r r. Et cōsiderato nel Cerchio il Quadrilatero b c d e doue ciascuno delli due diametri b d; c e, è eguale alla subtenfa b c; (essendo ane esse subtense simili) sarà ciascun d'essi r r & il loro prodotto r r sarà eguale alla somma di 4, & di r r. che sono i dotti del lato b e 2, nello a lui contraposto c d. 2. & del lato d e 2. nello a lui contraposto b e r r per la qualità del Quadrilatero inscripto nel Cerchio (qual qualità se bene è dimostrata Geometricamente da Tolomeo nel principio del 1. libro dell' Almagesto ella nondimeno si deriua anco dalla dottrina Algebrica come si mostra nella mia opera dell' Algebra applicata) cioè r r sarà eguale a 2 r p 4. onde essendo peruenuti alla equatione la r valerà rad. 5. p 1. (perche ad 1. quadrato d' 1. mità di 2. numero delle r gionto il numero 4. & della somma 5. presa la radice quadra che è rad. 5. & a questa gionto 1. mità detta di 2. numero delle r fa rad. 5. p 1.) per il che la subtenfa b c, posta r r. sarà rad. 5. p 1. Hora nel Triangolo Equicure a b c, si troui la perpendicolare, o altezza a 5. che cade in mezo alla base b c, & perciò la mità b 5. sarà ra. $1\frac{1}{4}$ p $\frac{1}{2}$. mità b 5. sarà rad. 5. p 1. il suo quadrato 6. p rad. 10. si caua da 16. quadrato del lato a b. & resta 10. m rad. 20. che è il quadrato della perpendicolare a 5. però ella sarà rad. 10. m rad. 20 l. & perche la a 5. diuide per mezo ad angoli retti la b c, ne segue che essa a 5. allungata nel cerchio sino alla circonferenza passara per il centro, & perciò la totale a o, sarà diametro del cerchio, onde di queste due rette b c, a o, che si segano nel cerchio il dutto delle due parti a 5. a o. dell' vna sarà eguale al dutto delle due parti b 5. 5. c. dell' altra, per il che multiplicando b 5. rad. 5. p 1. via 5. c. rad. 5. p 1. & il prodotto 6. p rad. 10. partendolo per a 5. rad. 10. m rad. 20 l. l' auenimento rad. 10. p rad. 96 $\frac{1}{2}$ l. sarà l' altra parte 5. o, quale sommata la 5. a, rad. 10. m rad. 20 l. fa rad. 132. p radice 204 $\frac{1}{2}$ l. che è il totale diametro a o, del cerchio circonscritto al pētagono, & si può auertire che vedendo il dutto di a 5. in 5. o, essere eguale al quadrato di b 5. (che è quanto il dutto di b 5. in 5. c,) si conosce che b 5. è media proportionale fra a 5. 5. o, parti d' esso cerchio circoscritto: Si può anco notare che essendo il dutto di a 5. in 5. o. eguale al quadrato di b 5. se a ciascuna banda giogeremo il quadrato di a 5. il composto delli dui quadrati di b 5. & o 5. & però il solo quadrato di a b. sarà eguale al dutto di a 5. in 5. o, & di a 5. in a 5. (che è il quadrato di a 5.) & però al dutto della somma di a 5. & 5. o, cioè del totale diametro a o, in a 5. per il che multiplicando a b. 4. in se stesso, & il prodotto 16. partendo per a 5. rad. 10. m rad. 20 l. l' auenimento rad. 132. p rad. 204 $\frac{1}{2}$ l. sarà a o; & così la Algebra ci fa accorgere che il lato del pentagono è medio proportionale fra il diametro del cerchio, circonscrittoli, & quella parte d' esso diametro che è perpendicolare nel triangolo equicure a b c, contenuto da dui lati del pentagono, & subtenfa ad essi dui lati.

Ma in altro modo ancora senza seruirsi della cognitione della proprietà delle linee che si segano nel cerchio cioè che il dutto di a 5. in 5. o, sia eguale al dutto di b 5. in 5. o; Potremo trouare il diametro del cerchio da inscriuere, & del cerchio da circonseruiere così. Trouisi la grandezza del Pentagono di lato dato 4. che hauendo veduto la subtenfa b c, essere rad. 20. p 2. & la perpendicolare a 5 rad. 10. m rad. 20 l. considerato il Pentagono diuiso nelli tre Triangoli a b c, b e d, e guali (che perciò multiplicando a 5. perpendicolare via la totale base b c. il prodotto rad. 1160.

G

p rad.

\bar{p} rad. 5120 l. farà la somma della grandezza d'ambidui) & nel c b d. Equicrura nel quale inteso
 base il lato c d. 4. cauando 4. quadrato di 2. sua mirà da 24. \bar{p} rad. 320. quadrato del lato b d. oue-
 ro b c. il che restante 20. \bar{p} rad. 320. farà il quadrato della perpendicolare però essa perpendico-
 lare sarà rad. 120. \bar{p} rad. 320 l. che è quanto a dire l'altezza a n. del Pentagono (perche il Triango-
 lo Equicrura c b d. è l'istesso che se si considerasse l'a e d, contenuto an'egli dal lato d e, del Pen-
 tagono, & dalle due subtense a c, a d,) questa perpendicolare rad. 120. \bar{p} rad. 320 l. moltiplicata per
 2. metà della base cioè per rad. 41. il prodotto rad. 180. \bar{p} rad. 5120 l. farà la grandezza del Trian-
 golo c b d. quale giunta a rad. 1160. \bar{p} rad. 5120 l. grandezza dell'altri dui Triangoli, la somma
 che è rad. 1400. \bar{p} rad. 128000 l. farà la grandezza del Pentagono.

lato a b. 4.	a 5. rad. 110. m. rad. 20 l.	6. più rad. 20. dutto di
subtenfa b c. rad. 20. \bar{p} rad. 320	rad. 110. più rad. 20 l.	b 5. in 5 c. cioè rad. 1
b 5. rad. 5. \bar{p} 1.		56 più radice 2880 l.
perpendicolare a 5. rad. 110. m. rad. 20 l.	rad. 180 l. partitore semplice.	via rad. 110. \bar{p} rad. 20 l.
50. rad. 110. \bar{p} rad. 96 $\frac{1}{5}$ l.	rad. 20. in rad. 2880. entra per	
diametro a o. rad. 132. \bar{p} rad. 104 $\frac{1}{5}$ l.	rad. 144. cioè 12. volte, & però	560 rad. 57600
femidiametro c o. rad. 18. \bar{p} rad. 12 $\frac{1}{5}$ l.	10. via rad. 2880. è quante 12.	
u c. rad. 5. m. 1.	volte 10. via ra. 20. al che gioto	240
d u. rad. 110. \bar{p} rad. 20 l.	56. volte rad. 20. fa 176. volte	
femidiametro c n. rad. 14. più rad. 12 $\frac{1}{5}$ l.	rad. 20. cioè fa rad. 30976. via	fa rad. 1800. più rad.
n o. rad. 14. m. rad. 12 $\frac{1}{5}$ l.	rad. 20. che produce ra. 619520	619520 l.

sommiffa 5. rad. 110. m. rad. 20 l. con 50. rad. 110. più rad. 20 l. <hr/> rad. 180	rad. 110. più rad. 96 $\frac{1}{5}$ l. rad. 110. più rad. 20 l. <hr/> 100 rad. 2936	rad. 110. \bar{p} rad. 96 $\frac{1}{5}$ l. 50. <hr/> 774 $\frac{2}{5}$
---	---	---

a 5. rad. 110. m. rad. 20 l. via rad. 14 $\frac{1}{5}$ più rad. 12 $\frac{1}{5}$ l. <hr/> 48 m 16	44 <hr/> rad. 144. più radice 20480. l. <hr/> 25 $\frac{2}{5}$	rad. 4 $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{5}$ 2 $\frac{1}{5}$ via 10 <hr/> 22 10
--	---	---

fa rad. 13. più rad. 204 $\frac{1}{5}$ l. a o. 11520	rad. 11 $\frac{1}{5}$ più rad. $\frac{1}{5}$ l. 32. cioè rad. 1024. via radice 20. fa rad. 20480.
---	---

m rad. 460 $\frac{1}{5}$. con rad. 1280 2304 48 80 entra volte 1 $\frac{2}{5}$. cauato 1. resta $\frac{2}{5}$. che via rad. 230 $\frac{1}{5}$. cioè rad. 4 $\frac{1}{5}$. via rad. 460 $\frac{1}{5}$. 51 $\frac{1}{5}$.	32. $\frac{1}{5}$ giunto & cauato al nume- ro 2 $\frac{2}{5}$. ne risultano 2. & 1 $\frac{1}{5}$ che le mita sono 1. & $\frac{1}{5}$. & le loro rad. sono 1. & rad. $\frac{1}{5}$. che giunte insieme fanno 1. più radice $\frac{1}{5}$. & questo è il nu- mero delle volte che a 5. entra in 50. però a 5. nella totale a o. entrerà vna volta di più, cioè entrerà vol- te 2. più radice $\frac{1}{5}$. onde a moltiplicare a 5. per 2. più radice $\frac{1}{5}$. cioè per radice 1. 4 $\frac{1}{5}$. più rad. 12 $\frac{1}{5}$ l. che fa radice 132. più radice 104 $\frac{1}{5}$ l. questo farà la somma a o. diametro del Cerchio.
---	--

base b c. 20. più rad. 2. cioè rad. 124. più ra. 320 l. via a 5. rad. 110. m. rad. 20 l. <hr/> fa rad. 1160. più rad. 5120 l.	il quadrato di a b. 16. a 5. rad. 110. m. rad. 20 l. rad. 110. più rad. 20 l. <hr/> rad. 180 l. partitore semplice. via rad. 110. più rad. 20 l. <hr/> fa rad. 12560. più rad. 1310720 l.
--	---

rad 20 in rad. 320. entra volte 4. però 10. via rad. 320. è quanto 4. via 10. cioè 40. volte radice 20. che cauato 24. volte radice 20. resta 16. volte rad. 20. che è rad. 5120.	a o. rad. 132. più rad. 204 $\frac{1}{5}$ l. 10. via rad. 320. è quanto 4. via 10. cioè 40. volte radice 20. che cauato 24. volte radice 20. resta 16. volte rad. 20. che è rad. 5120.
---	---

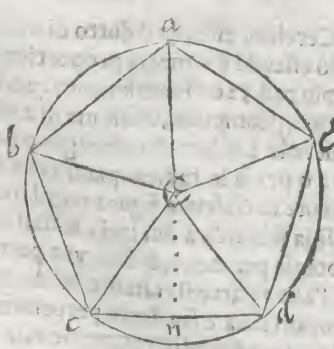
Sommiffi

Sommifi rad. 180 piu rad. 5120 l con rad. 160. piu rad. 5120 l
rad. 180 m rad. 5120 l rad. 180 m rad. 5120

$\begin{array}{r} 6400 \\ 5120 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 12800 \\ 5120 \\ \hline \end{array}$
rad. 1180 l partitor rad. 17680. meno ra. 32768000 l
rad. 180 l semplice 2048000
rad. 15 l rad. 1480 meno rad. 128000 l
b.c. rad. 20 piu 2 8000
fi caua de 4 rad. 130. meno rad. 500 l
rad. 16. meno rad. 20 l
resta rad. 20 meno 2. 36
la mita rad. 5. m 1. co. fi caua 20
quadrato di d e 16
quadrato di c o. 6. m rad. 20 resta 16. la rad. e 4.

quadrato di d o. 10. piu rad. 20
do rad. 110. piu rad. 20 l 44
via rad. 114. piu rad. 180 l 1936

fa rad. 120. piu rad. 38720 l
grandezza del doppio capo tagliato.



rad. 140. piu rad. 320 l
via rad. 17 1/2 piu rad. 31 1/2 l

Sommifi ra. 140. p ra. 320 l con ra. 1200. p rad. 38720 l
rad. 140 m rad. 320 via rad. 140. m rad. 320 l

$\begin{array}{r} 1280 l \\ 80 l \\ \hline \end{array}$ partitore m rad. 1290400
semplice. 8000. m 3 5 2 0
rad. 320. in rad. 38720. entra per volte rad. 121. cioè
11 volte, però 40 via rad. 38720. è quanto 11 volte 40,
cioè 440. volte radice 320. che cauatone le volte 200,
resta volte 240. & è piu via rad. 320, cioè rad. 57600,
via rad. 320. che fa radice 184.32000. però haueremo
rad. 14480. p rad. 18432000 l rad. 1280. p rad. 72000 l
1152 900
rad. 3 1/2. piu rad. 11 1/2 l da 12 1/2. caua 11 1/2. resta 1. la
rad. del quale è 1. che con 3 1/2. & da 3 1/2. ne resultano 4 1/2
& 1 1/2 che le mita sono 2 1/2. & 1 1/2. che le loro rad. sono
1 1/2. & rad. 1 1/2. che giore insieme fanno 1 1/2. piu rad. 1 1/2.
& è il numero delle volte che rad. 140. piu radice 320 l
entra in rad. 1200. piu rad. 38720 l onde nella somma
loro entrerà 1. volta di piu, cioè entrerà volte 2 1/2. piu
rad. 1 1/2. però 2 1/2. piu rad. 1 1/2, cioè rad. 17 1/2 piu radice
31 1/2 l via rad. 140. p rad. 320 l produrrà la soma loro.

rad. 1280. 4
rad. 125. 4. cō a n ra. 120. p ra. 320 l
entra per rad. 10 5/8, che è ra. 120 m ra. 320 l
3 1/2. che via 7 1/2. fa 24. & gio rad. 180 l.
to a 40 fa 64. cioè rad. 4096 rad. 15. l
che via rad. 31 1/2. cioè rad. partasi 4. quadr. di d n.
1024. via radice 125. fa ra. rad. 1. 16. l
dice 12800. rad. 1. 1. l
ne viene rad. 14 meno rad. 12 2/3 l
che farà n o.

$\begin{array}{r} 300 \\ 100 \\ \hline \end{array}$ rad. 10000
via 80 1000
rad. 1400. piu rad. 12800 l
Canifi

Cauisi il semidiametro,

c n. rad. 14. più rad. $12\frac{2}{3}$ l

rad. 14. meno rad. $12\frac{2}{3}$ l

rad. $13\frac{1}{3}$ l rad. 10 $\frac{6}{5}$ l

c n. entra in c o. per volte rad. 5. meno 1. però nel restante entrerà 1. volta manco, cioè per volte rad. 5. meno 2. onde multiplicato c n. con rad. 5. meno 2. cioè con rad. 19. meno rad. 80 l il prodotto rad. 14. meno rad. $12\frac{2}{3}$ l. farà la differenza delli due semidiametri c n. c o. cioè la n o. come si troua in altro modo

rad. 14. più rad. $12\frac{2}{3}$ l

via rad. 19. meno rad. 80 l

36. meno rad. 1024

meno 32

fa rad. 14. meno rad. $12\frac{2}{3}$ l.

dal semidiametro

c o. rad. 18. più rad. $12\frac{2}{3}$ l

rad. 14. meno rad. $12\frac{2}{3}$ l

rad. 19 $\frac{1}{3}$ n. ra. 204 $\frac{2}{3}$ l

rad. 16. n. ra. 2015120

che è rad. 5. meno 1.

rad. 5. entra in rad. $12\frac{2}{3}$. per rad. $3\frac{1}{3}$, che è volte $\frac{8}{3}$. Et entra in rad. 80. volte 4. però 9. via rad. $12\frac{2}{3}$. è quanto 9. via $1\frac{2}{3}$. cioè $14\frac{2}{3}$. via rad. 5. & 4. via meno radice 80. è quanto 4. via meno 4. cioè meno 16. via rad. 5. onde la differenza di $14\frac{2}{3}$. via rad. 5. a meno 16. via radice 5. è meno $1\frac{2}{3}$. via rad. 5. che fa meno rad. $12\frac{2}{3}$ l.

Ouero considerato il Pentagono diuiso nel Triangolo equicrure b a c (di latti 4. & 4. & base b c. rad. 20. più 2. nel quale la perpendicolare a 5. e rad. 10. meno rad. 20 l che multiplicata via la base, & del prodotto rad. 160. più rad. 5120 l presa la metà che è rad. 140. più rad. 320 l questi 2. farà la grandezza d'esso Triangolo b a c & nel doppio capo tagliato b c d e. nel quale trouata l'altezza d o, che è rad. 10. più rad. 20 l & multiplicata per la metà della somma delle due equidistanti b c, d e, cioè per rad. 5. più 3. il prodotto rad. 1200. più rad. 38720 l farà la grandezza del doppio capotagliato, quale sommata con rad. 140. più rad. 320 l grandezza del Triangolo equicrure a b c, la somma rad. 1460. più rad. 12800 l farà la grandezza del Pentagono. Trouata la grandezza del Pentagono, intendasi poi egli essere diuiso in 5. Triangoli equicruri eguali con 5. semidiametri che venghino dal centro alli 5. angoli del Pentagono, & diuidendo la sua grandezza per la metà del suo giro, cioè per 10. mita del giro 20. ouero diuidendo la quinta parte della sua grandezza, cioè rad. 16. più rad. 204 $\frac{2}{3}$ l grandezza d'un solo Triangolo c e d, per 2. e n. mita della base e d, l'auenimento rad. 14. più rad. $12\frac{2}{3}$ l. farà la perpendicolare c n. in esso Triangolo c e d, che è il semidiametro del Circolo da inscriuere nel Pentagono, al quadrato della quale perpendicolare, cioè a 4. più rad. $12\frac{2}{3}$. giunto il quadrato di e n. mita della base qual quadrato è 4. la somma 8. più rad. $12\frac{2}{3}$. farà il quadrato del lato c e, semidiametro del Cerchio da circoscriuere al Pentagono, però esso semidiametro farà rad. 18. più rad. $12\frac{2}{3}$ l. & il suo doppio, cioè radice 132. più radice 204 $\frac{2}{3}$ l farà il diametro totale, essendo il diametro del Cerchio da inscriuere li radice 116. più radice 204 $\frac{2}{3}$ l.

Si sono poste in margine tutte le operationi, & calcoli delle quantita occorrenti, come sono il pigliare la radice d'un Binomio, o Residuo, il partire vna rad. 1 l. per vn'altra, il sommare vna radice 1 l con vn'altra, & altre operationi, accioche gli Studiosi possano farsi pratici in esse, vñando breuita, & facilità, che in quest'operare s'acquista prontezza, & agilita, & vi consiste la bellezza della Dottrina.

Si può auertire che nelle due rette a o, d e, che si segano nel Cerchio, essendo il dutto di e n, in n d, cioè il quadrato di e n, eguale al dutto di a n, in n o, & perciò essendo e n, media proportionale fra a n, & n o, partendo 4. quadrato di e n. 2. per a n, rad. 120. più rad. 320 l l'auenimento rad. 14 meno rad. $12\frac{2}{3}$ l farà n o, fra la quale n o, & il totale diametro a o, (composto, o somma di a n, & n o) si vede (nel modo detto di sopra nel lato del Pentagono) essere la e o. lato del Decagono media proportionale (onde del dutto di n o, nel totale diametro a o. presa la radice quadra ella farà il lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio; Et similmente in ciascuna figura regolare, (cioè Equilatera, & Equiangola) inscritta nel Cerchio tiratali la subtenfa a dui lati, & dall'angolo oppostoli tiratali la perpendicolare che diuiderà essa subtenfa per mezzo, & farà vna parte del diametro (perche allungata passara per il centro) essendo l'altra parte il restante del diametro, si conosce che la metà d'essa subtenfa a dui lati è media proportionale fra detta perpendicolare, & restante del diametro, & che anco il lato della figura regolare è medio proportionale fra tutto il diametro, & quella parte d'esso che è da vn'angolo della figura fino al mezzo della subtenfa a dui lati d'essa figura.

Ancora sia che si vogli con l'ainto dell'Algebra, dato il diametro del Cerchio, & sia 20 trouare il lato del Quindecagono inscrittoli.

Per farlo inscritto il Quindecagono nel Cerchio, tirinsi le due subtenfe a f. a 5. suoi lati che sarà

farà il lato del Triangolo inscritto, & però sarà rad. 300. (che è potenzialmente li $\frac{1}{2}$. del diametro 20. o vogliamo dire è la rad. delli $\frac{1}{2}$. del Quadrato del diametro del Cerchio) & a d. a suoi 3. lati che sarà il lato del Pentagono inscritto, però sarà rad. 1250. m rad. 125000 l. & anco si tirino le a c. f. d. subtense a dui lati, & la f. c. subtenfa a 3. lati che sarà rad. 1250 meno rad. 12500 l. & considerisi il Quadrilatero, o doppio Capotagliato a b c d, nel Cerchio, & posto il lato c b. (lato del Quindecagono) 12. si moltiplichi via l'opposito a d. rad. 1250 meno rad. 12500 l. & fa rad. 1250. meno rad. 12500 l. & al che si giunga il duto di c d, 12. nel suo opposito lato a b. 12. qual duto è 12. & fa rad. 1250 meno rad. 12500 l. 12. piu 12. Et questo è eguale al duto di a c. in d b. diametri eguali in esso Quadrilatero & sottotendenti a dui lati del Quindecagono, per il che ciascuno d'essi sarà la rad. d'essa quantita, cioe sarà rad. 1250. meno rad. 12500 l. 12. piu 12. Ancora considerato il Quadrilatero a c d f. nel Cerchio, il duto di a c. in d f. lati opposti eguali qual duto è rad. 1250. meno rad. 12500 l. 12. piu 12. giunto al duto di c d 12. in a f. opposti rad. 300. qual duto è rad. 300. fa in somma rad. 300. piu rad. 1250 meno rad. 12500 l. 12. piu 12. & questo è eguale al duto delli dui diametri eguali a d. in c f. qual duto è 250. meno rad. 12500 l. (perche ciascuno d'essi dui diametri è rad. 1250. meno rad. 12500 l. Onde essendo peruenuti a questa equatione d'12 & 12 eguali a numero trouaremo il valore della 12 operando come segue.

$$12 \pm \sqrt{\text{rad. } 300 \pm \text{rad. } 1250 \text{ m rad. } 12500 \text{ l. } 12.} \text{Egual a } 250 \text{ m rad. } 12500 \text{ l.}$$
$$\text{rad } 75 \pm \text{rad. } 162 \frac{1}{2} \text{ m rad. } 781 \frac{1}{2} \text{ l. mita del numero delle 12 che}$$
$$\text{via rad. } 75 \pm \text{rad. } 162 \frac{1}{2} \text{ m rad. } 781 \frac{1}{2} \text{ l. si moltiplica in se stesso.}$$
$$\text{rad. } 162 \frac{1}{2} \text{ m rad. } 781 \frac{1}{2} \text{ l.}$$
$$\text{via rad. } 1300 \text{ l. rad. } 90000$$

fa rad. 18750. m rad. 70312500 l. fa rad. 18750. m rad. 70312500 l. è il Quadrato dell'12 mita del numero delle 12. 250 m rad. 12500. numero della Equatione che se li giunge.

somma 387 $\frac{1}{2}$ m rad. 19531 $\frac{1}{2}$ p rad. 18750. m rad. 70312500 l. della quale quantita intesa come binomio si piglia la rad.

387 $\frac{1}{2}$ m rad. 19531 $\frac{1}{2}$. 169687 $\frac{1}{2}$. meno radice 117308. 57031 $\frac{1}{2}$. è il quadrato della maggior parte. 18750 meno rad. 70312500. è il quadrato della minor parte che si caua

$$150156 \frac{1}{2} \quad 775 \quad 18750 \text{ meno rad. } 70312500.$$
$$19531 \frac{1}{2} \text{ rad. } 600625.$$
$$169687 \frac{1}{2} \cdot 150156 \frac{1}{2}.$$
$$117186 \cdot 117186$$
$$117186$$
$$\text{m rad. } 1173095703 \frac{1}{2}$$
$$40923828125. \quad 281250000.$$
$$187695115 \quad 11250000$$
$$75078125 \quad 450000$$
$$3003125 \quad 18000$$
$$5600625 \quad 3600$$
$$775 \quad 60$$
$$\text{cioe } 12 \frac{1}{2}$$

la radice meno inferiore entra nella radice meno superiore volte 12 $\frac{1}{2}$. qual è inferiore perche è meno conuien giungerla alla superiore, & perche ella è meno si deue cauare da detta superiore accioche resti o deuenti tanto manco meno. onde perche la inferiore entra nella superiore volte 12 $\frac{1}{2}$. ella entrerà nel restante vna volta manco, cioe volte 11 $\frac{1}{2}$. però moltiplicata per 11 $\frac{1}{2}$. cioe per radice 120. che fa rad. 9984863281 $\frac{1}{2}$. & sarà meno questo sarà il restante.

30

rad. $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2}$ via rad. 70312500

3859375

488281 $\frac{1}{2}$

via 20449

5112 $\frac{1}{2}$

4394529

1953124

1953124

976562

resta 170937 $\frac{1}{2}$ m rad. 9984863281 $\frac{1}{2}$

150937 $\frac{1}{2}$ 150937 $\frac{1}{2}$

113125

150937 $\frac{1}{2}$

1056559

452811

1358433

2264055

22782128906 $\frac{1}{2}$

9984863281 $\frac{1}{2}$

12797165625

...

113125

113125

60

28

565

113125

387 $\frac{1}{2}$ meno radice 19531 $\frac{1}{2}$

con rad. 132031 $\frac{1}{2}$ meno 137 $\frac{1}{2}$

528125

21115

845

169 $\frac{1}{2}$

78125

3125

125

25

volte $2\frac{3}{4}$ entra radice 19531 $\frac{1}{2}$ che è

meno in radice 132031 $\frac{1}{2}$ che se li ha

da giungere ma per essere meno ella

si deve cauare dall'altra, & però nel

restante (che sarà la somma loro) ella

entrerà vna volta manco cioè volte

$1\frac{3}{4}$ però $1\frac{3}{4}$ cioè radice $\frac{6}{2} \div \frac{1}{2}$ via ra-

dice 19531 $\frac{1}{2}$ che fa radice 50000. &

è più sarà la somma d'esse due radici,

& la somma di 387 $\frac{1}{2}$ con m 137 $\frac{1}{2}$ è

250. però la somma totale cercata

è 250. più rad. 50000.

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

71

dal che si piglia la rad.

da giungere, & cauare

alla parte maggiore.

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

di que-

di questi due resultanti
250. piu rad. 50000. & 525. meno rad. 253125. si pigliano le mità
& sono 125. piu rad. 12500. & 262½. m rad. 63281½. di ciascuno de qua-
li si piglia la rad. & sono radice
1125 piu rad. 12500 l & radice
168¾ meno radice 93¾, qua-
li due quantità gionte insieme
in forma di binomio an' elle
come è la quantità di che si pi-
glia la rad. formano la radice
cercata di detta quantita bi-
nômiale però questa sua radi-
ce sarà rad. l 125. piu radice
12500 l piu rad. 168¾. meno
rad. 93¾. dal che si cauà la mità del numero delle x. cioè rad. 75. piu rad. 162½ meno
rad. 781¼ l & il restante rad. l 62½. piu rad. 781¼ l piu rad. 18¾ meno radice 93¾.
è il valore della x & però è il lato del Quindecagono posto 12. quale riducendolo a
quantità rationale si può dire essere circa a 4½. & se vorremo pigliare fatica lo po-
tremo andare chiudendo fra rotti di molte figure molto propinqui al vero che per
hora ci fermaremo in questo
che è molto facile.

15625
12500

3125
la rad. è rad. l 125. piu rad. 12500 l
337½. 187½.
198¾. 93¾.
la rad. è rad. 168¾. meno rad. 93¾.

68906½
63281½

5625
75

Da rad. l 125 p rad. 12500 l p rad. 168¾ m rad. 93¾.
si cauà rad. 75 p rad. l 62½ m rad. 781¼ l.

il restante è rad. l 62½ piu rad. 781¼ l piu radice 18¾ meno rad. 93¾. & è il valore della x
& però è il lato del Quindecagono posto 12
rad. 75. in rad. 168¾. entra per rad. 2½. che è 1½. però entrerà nel
restante solo volte ½. onde esso restante sarà rad. 18¾.

rad. l 62½ meno rad. 781¼ l in radice l 125 piu radice 12500 l
rad. l 62½ piu rad. 781¼ l rad. l 62½. piu rad. 781¼ l

3906½
meno 781¼

3125

781¼
3125

10937½

rad. l 3125 l
via radice 12500. è quanto
62½ via radice 5. via 3125. cioè
quanto radice 5. via 3125.
125. via rad. 781¼. e quanto
125. via rad. 5. via 12½. cioè
quanto radice 5. via 1562½.
che gionto a rad. 5. via 3125.
fara radice 5. via 4687½. cioè quanto rad. 1¼. via 9375. che è rad. 1¼. via rad.
87890625. cioè radice 5. via radice 21972656½. che fa radice 109863281½.
però il prodotto di queste due rad. l 10937½. piu rad. 09863281½. da partire per rad. l 3125 l.
rad. l rad. 9765625 l ne viene rad. 3125 l piu rad. 11½ l
rad. l 3125 l

1562 1120703

2441406

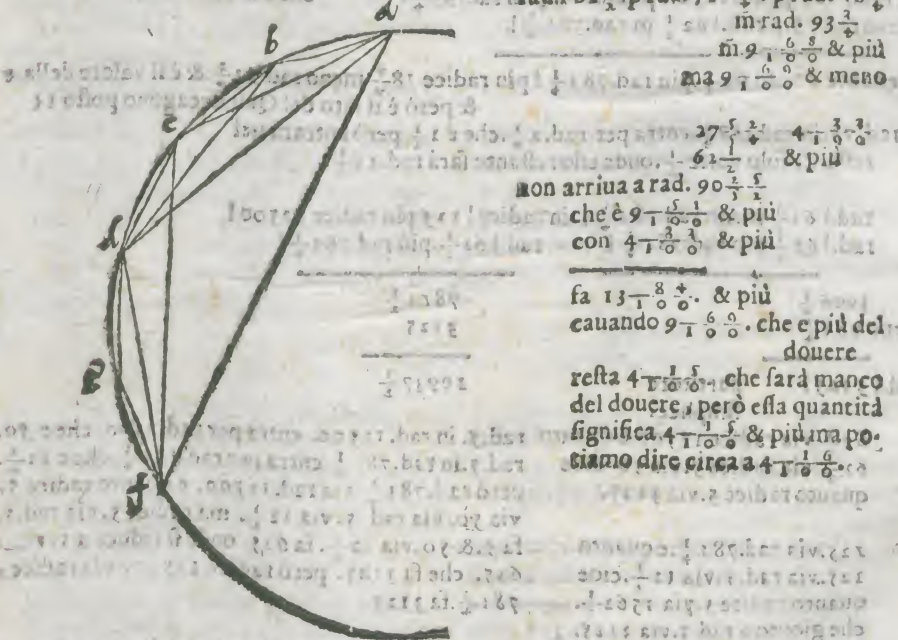
3½. piu rad. 11½. 12½. cauatone 11½. resta 1. che la rad. è 1. quale gionto & ca-
uato a 3½. fa 4½. & 2½. che le loro mita sono 2½. & 1½. le rad. de quali sono
1½ & rad. 1½. che gionte insieme fanno 1½ piu rad. 1½. & questo è quanto ra-
dice l 3½ piu rad. 11½ l.

La mi.

11. per radice $\frac{1}{4}$ piu $\frac{1}{2}$. cioe per radice $1. \frac{1}{2}$. piu rad. $1. \frac{1}{4}$
 11. prodotto rad. $62 \frac{1}{2}$. piu rad. $78 \frac{1}{2}$ sarà il restante.

rad. 162 $\frac{1}{2}$ meno rad. 78 $1\frac{1}{2}$ rad. $\frac{5}{2}$ via meno rad. $3\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$
 via radice $12\frac{1}{2}$ piu rad. $1\frac{1}{2}$ 15615
 fa rad. 162 $\frac{1}{2}$ piu rad. 78 $1\frac{1}{2}$ 125

fa meno $31\frac{1}{2}$, ma $31\frac{1}{2}$ e la mita di $62\frac{1}{2}$, però da $1\frac{1}{2}$, via $62\frac{1}{2}$, a cauarne $31\frac{1}{2}$,
che e quanto $\frac{1}{2}$, via $62\frac{1}{2}$, resta solo 1, via $62\frac{1}{2}$, cioè $62\frac{1}{2}$, che e il numero.
Ancora rad. $1\frac{1}{2}$ in rad. $781\frac{1}{2}$ cioè rad. $\frac{5}{2}$ in rad. $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}$, entra per rad. 635 ,
che e 5 , onde $1\frac{1}{2}$, via meno radice $781\frac{1}{2}$, conta quanto importa $1\frac{1}{2}$, via 25 ,
e resta via rad. $1\frac{1}{2}$, cioè quanto $37\frac{1}{2}$ via rad. $1\frac{1}{2}$, però hauendo $62\frac{1}{2}$, via rad. $1\frac{1}{2}$, vi
a b. resta 25 via rad. $1\frac{1}{2}$, cioè rad. 635 via rad. $1\frac{1}{2}$, che fa quanto rad. $156\frac{1}{2}$ via
eq. di rad. 5 , cioè fa rad. $781\frac{1}{2}$, che e la radice, onde il prodotto sarà radice $162\frac{1}{2}$,
piu radice $781\frac{1}{2}$, onde il prodotto sarà radice $162\frac{1}{2}$.



1. $\frac{1}{2}$ lb. of butter
 2. $\frac{1}{2}$ lb. of sugar
 3. $\frac{1}{2}$ lb. of flour
 4. $\frac{1}{2}$ lb. of eggs
 5. $\frac{1}{2}$ lb. of milk
 6. $\frac{1}{2}$ lb. of cream
 7. $\frac{1}{2}$ lb. of vanilla
 8. $\frac{1}{2}$ lb. of salt
 9. $\frac{1}{2}$ lb. of yeast
 10. $\frac{1}{2}$ lb. of hops
 11. $\frac{1}{2}$ lb. of malt
 12. $\frac{1}{2}$ lb. of water
 13. $\frac{1}{2}$ lb. of fire
 14. $\frac{1}{2}$ lb. of air
 15. $\frac{1}{2}$ lb. of earth
 16. $\frac{1}{2}$ lb. of heaven
 17. $\frac{1}{2}$ lb. of hell
 18. $\frac{1}{2}$ lb. of paradise
 19. $\frac{1}{2}$ lb. of purgatory
 20. $\frac{1}{2}$ lb. of limbo

